1.9. Распределение Больцмана

Другим примером статистического распределения является **распределение Больцмана**. Оно применяется для исследования свойств идеального газа, находящегося в консервативном силовом поле (например, в однородном поле тяжести). В этом случае каждая молекула газа обладает потенциальной энергией W_p, зависящей от положения молекулы в пространстве. Соответственно, концентрация n молекул также зависит от их положения в пространстве, а, следовательно, и от их потенциальной энергии. Например, хорошо известно, что с увеличением высоты над поверхностью Земли воздух становится более разреженным (уменьшается концентрация этой смеси газов).

Распределение Больцмана дает следующую зависимость концентрации n молекул от их потенциальной энергии W_p:

$$n = n_0 \, e^{-\frac{W_p}{kT}}, \tag{1.37}$$

где n_0 – концентрация молекул в той области пространства, где их потенциальная энергия равна нулю.

На рис. 1.7 представлены графики, показывающие, как изменяется отношение концентраций молекул газа в зависимости от их потенциальной энергии.

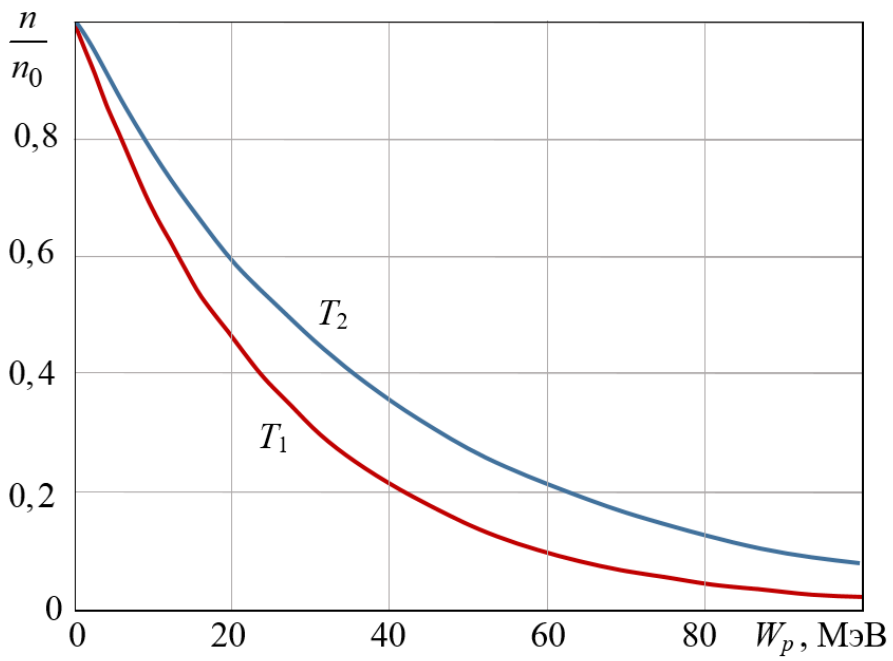

Рис. 1.7. Распределение Больцмана при двух температурах: $T_1 = 300\,\text{К}$; $T_2 = 450\,\text{К}$

Из данных графиков видно, что концентрация молекул с большей потенциальной энергией значительно меньше, чем концентрация молекул с меньшей потенциальной энергией. Так, например, при температуре 450 К концентрация молекул с потенциальной энергией 20 МэВ составляет приблизительно $0,6n_0$, а с энергией 60 МэВ – приблизительно $0,2n_0$.

Если полная энергия частиц, из которых состоит идеальный газ, может принимать только дискретный ряд значений ($W_1, W_2, W_3, \ldots$), то распределение Больцмана принимает вид

$$N_i = A \cdot e^{-\frac{W_i}{kT}}, \tag{1.38}$$

где N_i – число частиц с энергией W_i; A – коэффициент пропорциональности.

Распределение (1.38) также подтверждает общую закономерность: в любом идеальном газе, находящемся в равновесном состоянии, число частиц с меньшей энергией значительно превышает число частиц с большей энергией.