

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

1.1. Кинематика точки

Задача 1.1–03. С вышки произвели выстрел из пневматической винтовки в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $\tau = 2$ с пуля упала на землю на расстоянии $s = 400$ м от основания вышки. Определить высоту h , с которой был произведён выстрел, начальную скорость \vec{V}_0 пули и скорость \vec{V}_1 пули в момент падения на землю.

Дано:

$$\tau = 2 \text{ с;}$$

$$s = 400 \text{ м.}$$

$$h, \vec{V}_0, \vec{V}_1 - ?$$

РЕШЕНИЕ

План: выбрать систему координат и составить уравнения движения пули; используя заданные время и дальность полета, определить начальную скорость пули и высоту вышки; определить проекции скорости пули на оси координат; и, зная время движения, определить скорость пули в момент падения на землю.

1. Рассматриваем пулю как точку, которая движется в вертикальной плоскости с постоянным ускорением свободного падения \vec{g} . Для описания движения пули выбираем систему координат Oxy , расположенную в плоскости движения пули (рис.1). Точку O начала координат совмещаем с основанием вышки, ось Ox направляем по поверхности земли в сторону движения пули; ось Oy – вертикально вверх. Составляем схему движения пули (рис. 1).

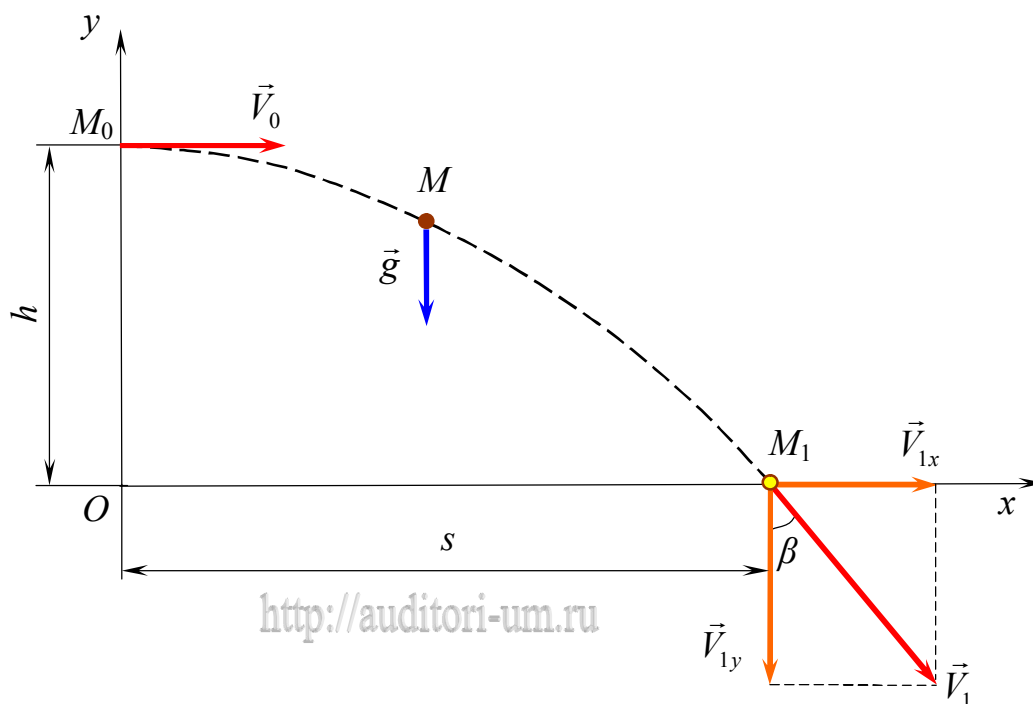


Рис. 1.

2. Составляем уравнения движения пули. Для этого используем общий вид уравнений криволинейного движения точки по плоскости с постоянным ускорением:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}; \\ y(t) = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Определяем параметры уравнений (1) применительно к данной задаче (см. рис. 1):

- начальные координаты пули: $x_0 = 0$ $y_0 = h$;
- проекции начальной скорости \vec{V}_0 пули:
 $V_{0x} = V_0$ (на ось Ox); $V_{0y} = 0$ (на ось Oy);
- проекции ускорения \vec{g} пули:
 $a_x = 0$ (на ось Ox); $a_y = -g$ (на ось Oy).

Подставив найденные значения параметров в уравнения (1), получаем уравнения движения пули при заданных условиях:

$$\begin{cases} x = V_0 t; \\ y = h - \frac{g t^2}{2}. \end{cases} \quad (2)$$

3. Записываем конечные условия задачи (значения времени и координат в момент падения пули на землю, см. рис. 1):

$$t = \tau; \quad x = s; \quad y = 0. \quad (3)$$

Сделав в (2) замену согласно условиям (3), получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} s = V_0 \tau; \\ 0 = h - \frac{g \tau^2}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

С помощью уравнений (4) находим:

$$V_0 = \frac{s}{\tau} = \frac{400}{2} = 200 \text{ м/с};$$

$$h = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 20 \text{ м.}$$

4. Определяем зависимости проекций скорости пули на оси координат:

$$V_x(t) = \dot{x}(t) = V_0 \text{ (проекция скорости на ось } Ox \text{ остается постоянной);}$$

$$V_y(t) = \dot{y}(t) = -gt \text{ (проекция скорости на ось } Oy \text{ линейно зависит от времени).}$$

5. Определяем значения проекций скорости пули в момент падения на землю ($t = \tau$):

$$V_{1x} = V_0 = 200 \text{ м/с}; \quad V_{1y} = -g\tau = -10 \cdot 2 = -20 \text{ м/с.}$$

Используя найденные значения проекций, находим модуль и направление скорости \vec{V}_1 .

Модуль скорости:

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{200^2 + (-20)^2} = 201 \text{ м/с};$$

Направление скорости можно определить по отношению к направлению ускорения свободного падения. С ускорением \vec{g} вектор \vec{V}_1 составляет угол β (см. рис. 1). Определяем тангенс и величину этого угла:

$$\operatorname{tg} \beta = \left| \frac{V_{1x}}{V_{1y}} \right| = \frac{200}{20} = 10; \quad \beta = 84,3^\circ.$$

Ответ:

- высота вышки $h = 20$ м;
- модуль начальной скорости пули $V_0 = 200$ м/с; по условию задачи начальная скорость \vec{V}_0 направлена горизонтально;
- модуль скорости пули в момент падения на землю $V_1 = 201$ м/с; вектор \vec{V}_1 направлен под углом $\beta = 84,3^\circ$ к вектору \vec{g} ускорения свободного падения.