

## ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

### 1.1. Кинематика точки

**Задача 1.1–02.** Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 20$  м/с. По истечении какого времени  $\tau$  камень будет находиться на высоте  $h = 15$  м? Найти скорость  $\vec{V}$  камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Дано:**

$$V_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$h = 15 \text{ м.}$$

$$\tau, \vec{V}(\tau) - ?$$

**РЕШЕНИЕ**

**План:** выбираем ось координат; составляем уравнение движения камня; используя уравнение движения, определяем время  $\tau$ ; находим проекцию скорости камня на выбранную ось координат в момент времени  $\tau$ ; определяем модуль и направление скорости в данный момент времени.

1. Рассматриваем камень как точку, которая движется прямолинейно с постоянным ускорением свободного падения  $\vec{g}$ . Для описания движения камня выбираем ось  $Oy$ , направив её вертикально вверх (рис.1). Начало координатной оси совмещаем с точкой  $O$ , из которой начинает движение камень. Составляем схему движения камня (рис. 1).

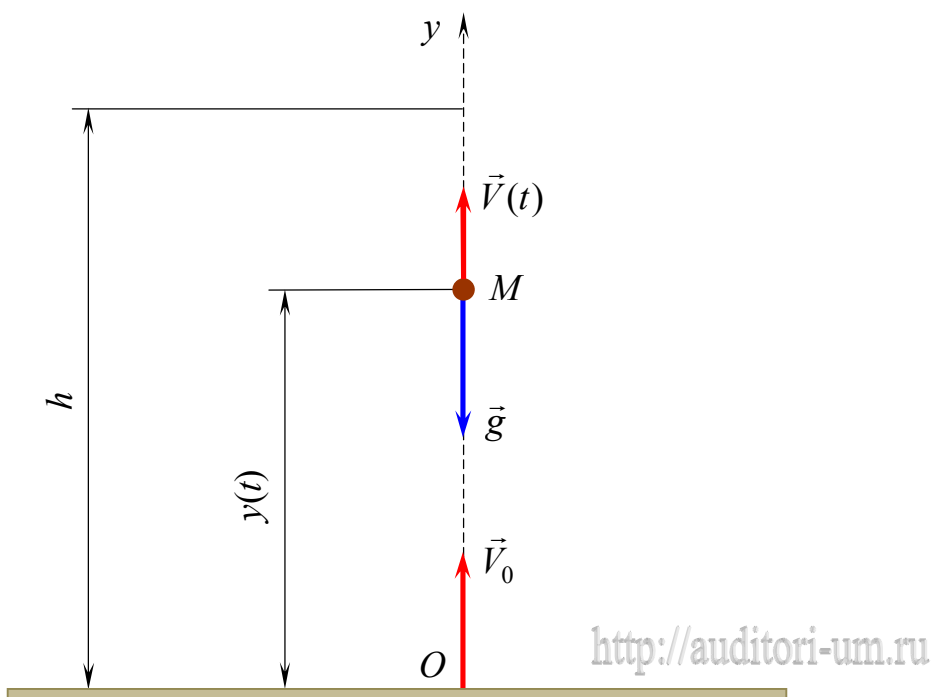


Рис. 1.

2. Составляем уравнение движения камня. Для этого используем общее уравнение прямолинейного движения точки с постоянным ускорением:

$$y(t) = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \quad (1)$$

Определяем параметры уравнения (1) применительно к данной задаче:

- начальная координата камня:  $y_0 = 0$ ;
- проекция на ось  $Oy$  начальной скорости  $\vec{V}_0$  камня:  $V_{0y} = V_0$ ;
- проекция на ось  $Oy$  ускорения  $\vec{g}$  камня:  $a_y = -g$ .

Подставив найденные значения параметров в общее уравнение (1), получаем уравнение движения камня при заданных условиях:

$$y(t) = V_0 t - \frac{g t^2}{2}. \quad (2)$$

Уравнение (2) полностью описывает движение камня в данной задаче от момента бросания до достижения максимальной высоты и последующего падения на землю.

3. Определяем момент времени  $\tau$ , когда камень будет находиться на заданной высоте  $h$ . Для этого используем условие:  $y(\tau) = h$  (см. рис.1). Подставив в (2) значения  $t = \tau$ ,  $y = h$ , получаем квадратное уравнение:

$$h = V_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}. \quad (3)$$

Преобразовываем уравнение (3) к стандартной форме приведённого квадратного уравнения:

$$\tau^2 - \frac{2V_0}{g} \tau + \frac{2h}{g} = 0. \quad (4)$$

Приняв  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , находим решения уравнения (4):

$$\tau_{1,2} = \frac{V_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}};$$

$$\tau_1 = 1 \text{ с}; \tau_2 = 3 \text{ с}.$$

В процессе движения камень дважды оказывается на заданной высоте  $h$ : при подъёме – в момент времени  $t = \tau_1$ , и при падении – в момент времени  $t = \tau_2$  (время отсчитывается от начала движения камня).

4. Определяем скорость камня на высоте  $h$ . Для этого находим зависимость от времени проекции на ось  $Oy$  скорости камня:

$$V_y(t) = \dot{y}(t) = V_0 - g t. \quad (5)$$

Подставив в (5) значение  $t = \tau_1$ , находим проекцию скорости камня при подъёме:

$$V_{y1} = V_0 - g \tau_1 = 20 - 10 \cdot 1 = 10 \text{ м/с.}$$

Подставив в (5) значение  $t = \tau_2$ , находим проекцию скорости камня при падении:

$$V_{y2} = V_0 - g \tau_2 = 20 - 10 \cdot 3 = -10 \text{ м/с.}$$

Знак проекции указывает направление скорости:  $V_{y1} > 0$  (направление скорости совпадает с направлением оси  $Oy$ );  $V_{y2} < 0$  (направление скорости противоположно направлению оси  $Oy$ ).

Модуль скорости камня на высоте  $h$ :  $V(\tau_1) = V(\tau_2) = 10 \text{ м/с.}$

**Ответ:**

- камень будет находиться на высоте  $h$  дважды:
  - а) при подъёме, спустя время  $\tau_1 = 1 \text{ с}$  от начала движения;
  - б) при падении, спустя время  $\tau_2 = 3 \text{ с}$  от начала движения;
- модуль скорости камня на высоте  $h$  при подъёме и при падении одинаков, и равен  $10 \text{ м/с}$ ;
- при подъёме скорость камня  $\vec{V}(\tau_1)$  направлена вверх; при падении скорость  $\vec{V}(\tau_2)$  направлена вниз.