

ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

1.1. Кинематика точки

Задача 1.1–02. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 20$ м/с. По истечении какого времени τ камень будет находиться на высоте $h = 15$ м? Найти скорость \vec{V} камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$$V_0 = 20 \text{ м/с};$$

$$h = 15 \text{ м.}$$

$$\tau, \vec{V}(\tau) - ?$$

РЕШЕНИЕ

План: выбираем ось координат; составляем уравнение движения камня; используя уравнение движения, определяем время τ ; находим проекцию скорости камня на выбранную ось координат в момент времени τ ; определяем модуль и направление скорости в данный момент времени.

1. Рассматриваем камень как точку, которая движется прямолинейно с постоянным ускорением свободного падения \vec{g} . Для описания движения камня выбираем ось Oy , направив её вертикально вверх (рис.1). Начало координатной оси совмещаем с точкой O , из которой начинает движение камень. Составляем схему движения камня (рис. 1).

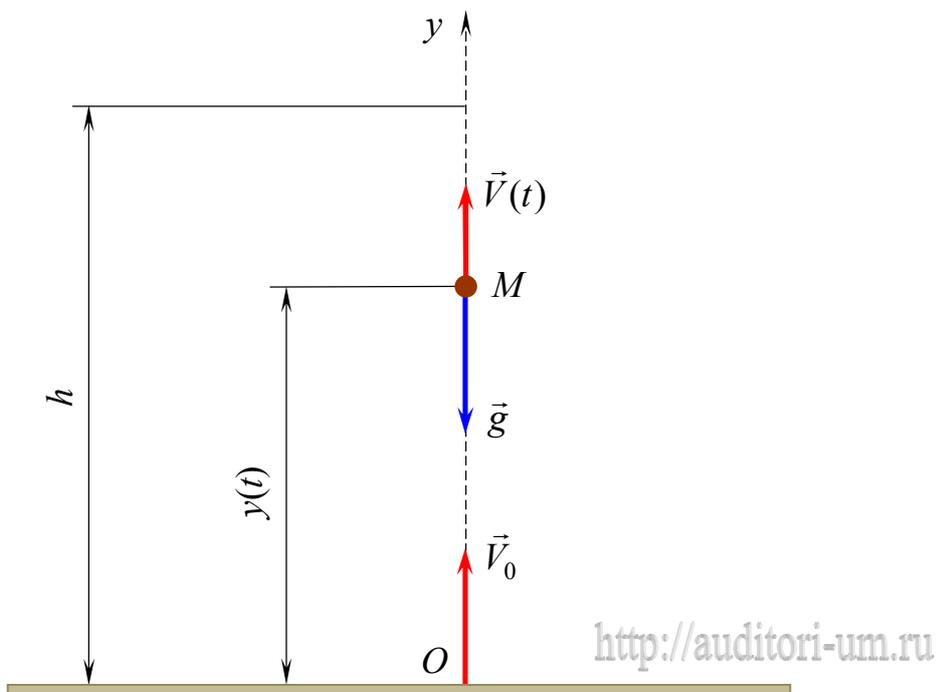


Рис. 1.

2. Составляем уравнение движения камня. Для этого используем общее уравнение прямолинейного движения точки с постоянным ускорением:

$$y(t) = y_0 + V_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \quad (1)$$

Определяем параметры уравнения (1) применительно к данной задаче:

- начальная координата камня: $y_0 = 0$;
- проекция на ось Oy начальной скорости \vec{V}_0 камня: $V_{0y} = V_0$;
- проекция на ось Oy ускорения \vec{g} камня: $a_y = -g$.

Подставив найденные значения параметров в общее уравнение (1), получаем уравнение движения камня при заданных условиях:

$$y(t) = V_0 t - \frac{g t^2}{2}. \quad (2)$$

Уравнение (2) полностью описывает движение камня в данной задаче от момента бросания до достижения максимальной высоты и последующего падения на землю.

3. Определяем момент времени τ , когда камень будет находиться на заданной высоте h . Для этого используем условие: $y(\tau) = h$ (см. рис.1). Подставив в (2) значения $t = \tau$, $y = h$, получаем квадратное уравнение:

$$h = V_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}. \quad (3)$$

Преобразовываем уравнение (3) к стандартной форме приведённого квадратного уравнения:

$$\tau^2 - \frac{2V_0}{g} \tau + \frac{2h}{g} = 0. \quad (4)$$

Приняв $g = 10 \text{ м/с}^2$, находим решения уравнения (4):

$$\tau_{1,2} = \frac{V_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}};$$

$$\tau_1 = 1 \text{ с}; \tau_2 = 3 \text{ с}.$$

В процессе движения камень дважды оказывается на заданной высоте h : при подъёме – в момент времени $t = \tau_1$, и при падении – в момент времени $t = \tau_2$ (время отсчитывается от начала движения камня).

4. Определяем скорость камня на высоте h . Для этого находим зависимость от времени проекции на ось Oy скорости камня:

$$V_y(t) = \dot{y}(t) = V_0 - g t. \quad (5)$$

Подставив в (5) значение $t = \tau_1$, находим проекцию скорости камня при подъёме:

$$V_{y1} = V_0 - g \tau_1 = 20 - 10 \cdot 1 = 10 \text{ м/с.}$$

Подставив в (5) значение $t = \tau_2$, находим проекцию скорости камня при падении:

$$V_{y2} = V_0 - g \tau_2 = 20 - 10 \cdot 3 = -10 \text{ м/с.}$$

Знак проекции указывает направление скорости: $V_{y1} > 0$ (направление скорости совпадает с направлением оси Oy); $V_{y2} < 0$ (направление скорости противоположно направлению оси Oy).

Модуль скорости камня на высоте h : $V(\tau_1) = V(\tau_2) = 10 \text{ м/с.}$

Ответ:

- камень будет находиться на высоте h дважды:
 - а) при подъёме, спустя время $\tau_1 = 1 \text{ с}$ от начала движения;
 - б) при падении, спустя время $\tau_2 = 3 \text{ с}$ от начала движения;
- модуль скорости камня на высоте h при подъёме и при падении одинаков, и равен 10 м/с ;
- при подъёме скорость камня $\vec{V}(\tau_1)$ направлена вверх; при падении скорость $\vec{V}(\tau_2)$ направлена вниз.