3.7. Основы релятивистской динамики

Исходной предпосылкой для создания динамики специальной теории относительности явился закон сохранения импульса замкнутой системы **релятивистских частиц**. Релятивистскими называют частицы, которые движутся со скоростями, сопоставимыми со скоростью света в вакууме.

Релятивистская масса и релятивистский импульс

Ньютоновский импульс замкнутой системы релятивистских частиц не сохраняется, если при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую применять к нему преобразования Лоренца. Потребовав, чтобы уравнение закона сохранения импульса было инвариантным по отношению к данным преобразованиям, Эйнштейн пришёл к выводу, что масса m релятивистской частицы в каждой системе отсчёта должна определенным образом зависеть от скорости V частицы относительно данной системы отсчёта. В отличие от постоянной массы классической механики, величину $m(V)$ называют **релятивистской массой** частицы.

Зависимость релятивистской массы частицы от её скорости имеет следующий вид:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \qquad (3.15)$$

Величину m_0 называют массой покоя частицы. **Масса покоя** равна массе частицы, определенной в той системе отсчёта, относительно которой частица неподвижна. Т.к. скорость частицы зависит от выбора системы отсчёта, то и релятивистская масса частицы различна в разных системах отсчёта. Но масса покоя – величина инвариантная. Она во всех системах отсчёта одинакова.

Если скорость частицы относительно данной системы отсчёта приближается к скорости света в вакууме ($V \to c$), то её релятивистская масса стремится к бесконечности ($m \to \infty$).

http://auditori-um.ru

Если скорость частицы по отношению к данной системе отсчёта невелика по сравнению со скоростью света в вакууме ($V^2/c^2 \ll 1$), то масса частицы практически равна её массе покоя ($m \approx m_0$). Т.е. инертная масса частицы в классической механике Ньютона с релятивистской точки зрения является именно массой покоя данной частицы.

Использование понятия релятивистской массы позволяет записать выражение для **релятивистского импульса** частицы в той же форме, что и выражение классического импульса в механике Ньютона:

$$\vec{p} = m\vec{V} . \tag{3.16}$$

Но в отличие от классического импульса в выражение (3.16) входит релятивистская масса *m*, которая зависит от скорости частицы. При ускоренном или замедленном движении частицы её скорость зависит от времени, следовательно, и релятивистская масса *m* в этом случае также зависит от времени.

Если воспользоваться зависимостью (3.15) релятивистской массы от скорости частицы, то соотношение (3.16) для релятивистского импульса можно записать в виде:

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} . \tag{3.17}$$

Видим, что при малых скоростях движения ($V^2/c^2 \ll 1$) релятивистский импульс практически равен классическому импульсу $\vec{p} \approx m_0\vec{V}$. А при скоростях, приближающихся к скорости света в вакууме, величина релятивистского импульса частицы безгранично возрастает.

Основное уравнение релятивистской динамики

Уравнение, определяющее скорость изменения релятивистского импульса $\vec{p}$ частицы под действием силы $\vec{F}$, имеет такую же форму, что и основное уравнение классической динамики:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} . \tag{3.18}$$

Уравнение (3.18) называют **основным уравнением релятивистской динамики**. Отличие уравнения (3.18) от классического уравнения состоит в том, что здесь $\vec{p}$ – релятивистский импульс частицы, а не ньютоновский.

http://auditori-um.ru

Воспользовавшись выражением (3.16) и выполнив дифференцирование по времени, получим:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V} + m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}. \tag{3.19}$$

Производная скорости по времени равна ускорению $\vec{a}$ частицы. Поэтому уравнение (3.19) принимает вид:

$$\frac{dm}{dt}\vec{V} + m\vec{a} = \vec{F}. \tag{3.20}$$

Уравнение (3.20) показывает, что, в отличие от ускорения классической материальной точки, ускорение релятивистской частицы не пропорционально действующей на неё силе.

Закон взаимосвязи массы и энергии

Дальнейшие исследования привели Эйнштейна к формулировке закона взаимосвязи массы и энергии.

Закон взаимосвязи массы и энергии

Энергия, которой обладает релятивистская частица, равна произведению её релятивистской массы на квадрат скорости света.

Математическое выражение данного закона имеет вид:

$$W = mc^2. \tag{3.21}$$

Под энергией частицы в (3.21) понимают сумму всех видов энергии, которой обладает данное тело за исключением потенциальной энергии во внешних силовых полях.

Энергию W частицы можно представить как сумму её кинетической энергии W_k и энергии покоя W_0:

$$W = W_k + W_0, \tag{3.22}$$

http://auditori-um.ru

Энергия покоя равна той энергии, которой обладает частица в связанной с ней системе отсчёта, где частица неподвижна. Энергия покоя равна произведению массы покоя частицы на квадрат скорости света:

$$W_0 = m_0 c^2 . \tag{3.23}$$

Подставим выражение (3.15) релятивистской массы в (3.21) и учтем выражение (3.23) энергии покоя частицы. Получим следующие выражения для полной энергии частицы:

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{W_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} . \tag{3.24}$$

Если частица в данной системе отсчёта движется с постоянной скоростью ($V = const$), то её полная энергия пропорциональна энергии покоя.

Кинетическая энергия релятивистской частицы может быть найдена из (3.22) с учетом (3.23) и (3.24):

$$W_k = W - W_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right) . \tag{3.25}$$

Выражение (3.25), на первый взгляд, не имеет ничего общего с классической формулой (2.60), но, как будет показано ниже, оно приводит к классическому определению кинетической энергии частицы при достаточно малых скоростях движения.

Принцип соответствия

Принцип соответствия – общенаучный методологический принцип. Согласно принципу соответствия при наличии старой (классической) хорошо проверенной теории новая (более общая) теория её не отвергает, а даёт те же результаты в определенных предельных случаях. Т.е. в предельных случаях результаты более общей и классической теорий должны совпадать.

Специальная теория относительности и классическая механика Ньютона отвечают принципу соответствия. В предельном случае малых по сравнению со скоростью света скоростей ($V^2/c^2 \ll 1$) все соотношения специальной теории относительности переходят в формулы классической механики.

http://auditori-um.ru

В частности, если выполняется условие $V^2/c^2 \ll 1$, то из (3.25) путем предельного перехода при величине V^2/c^2, стремящейся к нулю, получается классическое выражение кинетической энергии частицы. Действительно, разложим первое слагаемое, стоящее в скобках соотношения (3.25), в ряд по степеням V^2/c^2 и в виду малости этой величины ограничимся только двумя первыми членами ряда:

$$\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \approx 1+\frac{V^2}{2c^2}. \tag{3.26}$$

Подставив (3.26) в (3.25) получим классическое выражение кинетической энергии частицы массы m_0, движущейся со скоростью V:

$$W_k = \frac{m_0 V^2}{2}. \tag{3.27}$$

Таким образом, релятивистская механика включает в себя классическую механику Ньютона как частную теорию, которая вполне применима, когда тела движутся со скоростями, много меньшими скорости света в вакууме. Уже при значениях скоростей порядка $0{,}1c \approx 3 \cdot 10^7$ м/с релятивистские эффекты становятся практически незаметными.

http://auditori-um.ru