## 3.3. Инвариантность и ковариантность физических законов по отношению к преобразованиям Галилея

Пусть некоторое физическое явление наблюдается одновременно из двух инерциальных систем отсчёта: $K$ и $K'$. Если к уравнению, описывающему данное явление, применить пространственно-временные преобразования для перехода из одной системы отсчёта в другую, то уравнение может изменить или не изменить свой вид.

Если уравнение, а также входящие в него функции координат и производных координат по времени, не изменяют свой вид при пространственно-временных преобразованиях, то говорят, что уравнение **инвариантно**, относительно данных преобразований. Для инвариантных уравнений переход из одной системы отсчёта в другую означает простую замену в них самих и во входящих в них функциях штрихованных координат на нештрихованные или наоборот. При этом преобразованные уравнения и функции не содержат скорость или проекции скорости $K'$-системы.

Если уравнение не изменяет свой вид при переходе из одной системы отсчёта в другую, но изменяют свой вид входящие в него функции координат и производных координат по времени, то говорят, что данное уравнение **ковариантно** относительно применяющихся преобразований. При этом само уравнение также преобразовывается заменой штрихованных координат на нештрихованные или наоборот. Но входящие в ковариантное уравнение функции могут изменять свой вид и содержать после преобразований скорость или проекции скорости $K'$-системы.

Рассмотрим движение материальной точки массы $m$ под действием силы $\vec{F}$ относительно систем отсчёта $K$ и $K'$ (см. рис. 3.2). Продифференцируем дважды по времени первое из уравнений (3.3), учитывая второе из этих уравнений ($t = t'$). Т.к. $\vec{V} = const$, получим

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}'}{dt'^2}.$$

Вторая производная радиус-вектора по времени равна ускорению точки относительно соответствующей системы отсчета, поэтому полученное равенство означает, что ускорение $\vec{a}$ материальной точки относительно *K*-системы равно ускорению $\vec{a}'$ этой же точки относительно *K'*-системы. Уравнение второго закона Ньютона для *K*-системы имеет вид $m\vec{a} = \vec{F}$, а для *K'*-системы: $m\vec{a}' = \vec{F}$. Т.к. $\vec{a} = \vec{a}'$, то рассматриваемое уравнение сохраняет свой вид при применении к нему преобразований Галилея.

Можно показать, что уравнения и других законов классической механики сохраняют свой вид при применении к ним преобразований Галилея. Из этого факта часто делают вывод об инвариантности законов классической механики относительно данных преобразований. Выясним, так ли это на самом деле.

Рассмотрим следующий пример. Пусть в *K'*-системе колеблется груз массы *m*, прикреплённый к пружине жесткости *k* (рис. 3.3).

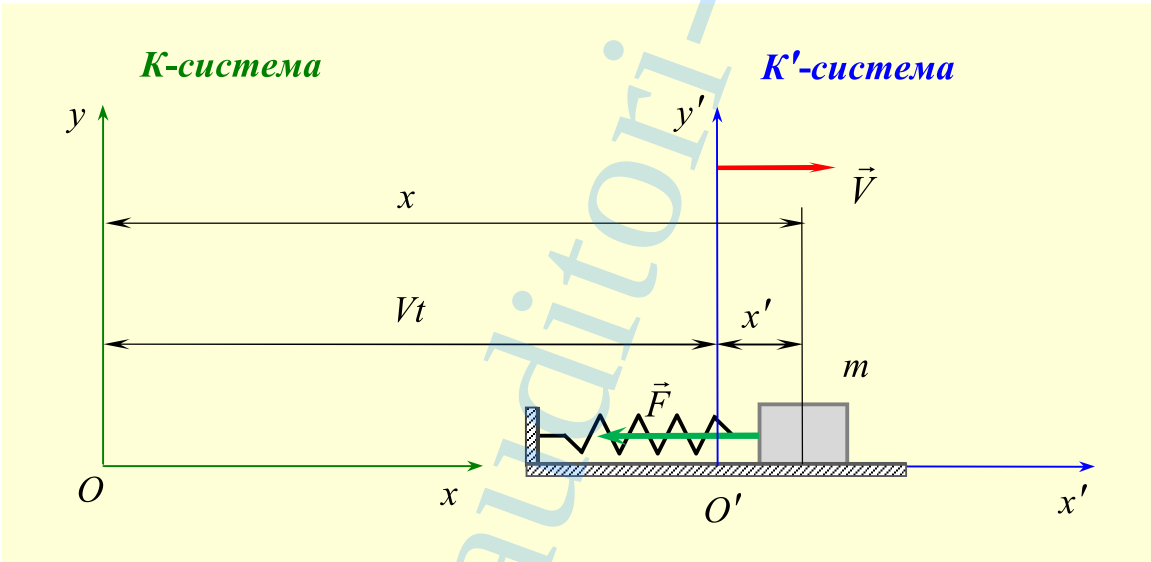


Рис. 3.3. Колебания груза на пружине в *K'*-системе

Проектируя на ось $O'x'$ основное уравнение динамики для груза в *K'*-системе, получим

$$m\ddot{x}' = F_{x'}(x'), \tag{3.7}$$

где $F_{x'}(x') = -kx'$. Применив к уравнению (3.7) преобразования Галилея (3.4), перейдём к *K*-системе. Получим уравнение:

$$m\ddot{x} = F_x(x), \tag{3.8}$$

в котором $F_x(x) = -kx - kVt$.

Видим, что уравнение (3.7) действительно сохраняет свой вид при преобразованиях Галилея. Однако входящая в него функция координаты не только не сохраняет свой вид, но и содержит проекцию $V$ скорости $K'$-системы на горизонтальную ось координат. Следовательно, уравнение (3.7) является ковариантным по отношению к преобразованиям Галилея.

Нетрудно показать, что если бы на груз в данной задаче действовала постоянная сила или сила, зависящая от времени, то уравнение движения груза было бы инвариантным по отношению к преобразованиям Галилея.

Приведённый пример показывает, что, в общем случае, уравнения классической механики являются ковариантными по отношению к преобразованиям Галилея. И только в частных случаях они могут оказаться инвариантными по отношению к этим преобразованиям.

Во второй половине XIX века британский учёный Джеймс Клерк Максвелл разработал основные уравнения электромагнитного поля, названные его именем. Оказалось, что уравнения Максвелла не инвариантны и не ковариантны по отношению к преобразованиям Галилея. Это было воспринято большинством физиков конца XIX – начала XX века как факт, противоречащий принципу относительности. В результате возобладала точка зрения, что преобразования Галилея следует заменить новыми пространственно-временными преобразованиями, по отношению к которым уравнения Максвелла были бы инвариантными. В настоящее время, как уже указывалось, данная точка зрения подвергается обоснованной критике, что, однако, не нашло пока отражения в учебных материалах и учебных программах по физике. В связи с этим дальнейший материал по основам специальной теории относительности излагается в соответствии с традиционным подходом без рассмотрения альтернативной точки зрения.