Приложение 6. Интегральная форма теоремы об изменении импульса механической системы

Умножим уравнение (2.3) второго закона Ньютона на dt:

$$d\vec{p} = \vec{F}\,dt\,. \tag{П6.1}$$

Величину в правой части уравнения (П6.1) называют **элементарным импульсом силы** $\vec{F}$. **Элементарный импульс силы равен произведению силы на элементарный промежуток времени**:

$$d\vec{S} = \vec{F}\,dt\,. \tag{П6.2}$$

Импульс силы за конечный промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ **равен интегральной сумме элементарных импульсов данной силы на данном промежутке времени**:

$$\vec{S} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt\,. \tag{П6.3}$$

Импульс силы является характеристикой действия силы в течение данного промежутка времени. Размерность импульса силы совпадает с размерностью импульса материальной точки. Единицей импульса силы в СИ является *ньютон-секунда*: $[S]$ = 1 Н·с.

Импульс силы – векторная величина. Он определяет не только интенсивность действия силы во времени, но и направленность этого действия. Проекции импульса силы на оси координат равны интегралам по времени соответствующих проекций данной силы:

$$S_x = \int_{t_0}^{t} F_x\,dt\,, \quad S_y = \int_{t_0}^{t} F_y\,dt\,, \quad S_z = \int_{t_0}^{t} F_z\,dt \tag{П6.4}$$

Рассмотрим промежуток времени Δt, в течение которого импульс материальной точки изменяется от $\vec{p}_0$ до $\vec{p}$. Проинтегрируем уравнение (П6.1) в соответствующих пределах:

$$\int\limits_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \int\limits_0^{\Delta t} \vec{F}\,dt\,;$$

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{S}\,. \tag{П6.5}$$

Если на материальную точку действует система N сил, то, в соответствии с основным законом динамики точки, $\vec{F}$ – равнодействующая данной системы сил. Используя свойства определённых интегралов, нетрудно показать, что импульс равнодействующей системы сил, равен сумме импульсов всех сил данной системы. Тогда уравнение (П6.5) можно обобщить следующим образом:

$$\Delta\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{S}_i\,, \tag{П6.6}$$

где $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$ – приращение импульса материальной точки за рассматриваемый промежуток времени;

$\vec{S}_i = \int\limits_0^{\Delta t} \vec{F}_i\,dt$ – импульс силы $\vec{F}_i$.

Уравнение (П6.6) выражает **интегральную форму теоремы об изменении импульса материальной точки**.

Приращение импульса материальной точки за некоторый промежуток времени равно сумме импульсов всех действующих на материальную точку сил за тот же промежуток времени.

Рассмотрим механическую систему n материальных точек. Как уже указывалось (см. параграф 2.4, стр. 54, 55), не нарушая общности, можно считать, что на каждую материальную точку системы действует одна внешняя сила $\vec{F}_i^{\,внешн}$.

Умножим уравнение (2.22) теоремы об изменении импульса механической системы на dt и преобразуем его к виду:

$$d\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} (\vec{F}_i^{внешн} dt) . \qquad (П6.6)$$

Пусть за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ импульс механической системы изменяется от от $\vec{p}_0$ до $\vec{p}$. Проинтегрируем уравнение (П6.6) в соответствующих пределах:

$$\int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \left(\int_{t_0}^{t} \vec{F}_i^{внешн} dt \right);$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{S}_i^{внешн} . \qquad (П6.7)$$

Здесь $\vec{S}_i^{внешн} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_i^{внешн} dt$ – импульс i-ой внешней силы.

Уравнение (П6.7) выражает **интегральную форму теоремы об изменении импульса механической системы**.

Приращение импульса механической системы за некоторый промежуток времени равно сумме импульсов всех действующих на систему внешних сил за тот же промежуток времени.