

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Учебное пособие. – Санкт-Петербург: <http://auditori-um.ru>, 2012

Приложение 5. Уравнения теорем об изменении импульса и движения центра масс механической системы

Для практического применения общих теорем динамики необходимо выбрать систему координат и спроектировать векторное уравнение соответствующей теоремы на выбранные оси координат.

Рассмотрим движение произвольной механической системы, на которую действуют N внешних сил $\vec{F}_i^{\text{внешн}}$, относительно некоторой инерциальной системы отсчёта $Oxuz$. Спроектировав на оси координат уравнение (2.22) теоремы об изменении импульса, получим три скалярных уравнения:

$$\begin{aligned}\frac{dp_x}{dt} &= \sum_{i=1}^N F_{ix}^{\text{внешн}}; \\ \frac{dp_y}{dt} &= \sum_{i=1}^N F_{iy}^{\text{внешн}}; \\ \frac{dp_z}{dt} &= \sum_{i=1}^N F_{iz}^{\text{внешн}}.\end{aligned}\tag{П5.1}$$

Здесь p_x , p_y , p_z – проекции импульса механической системы на оси координат Ox , Oy , Oz , соответственно.

Правые части уравнений (П5.1) представляют собой суммы проекций действующих на систему внешних сил на соответствующие оси координат. Эти силы могут зависеть от времени, координат точек системы и проекций скоростей точек системы на оси координат. Поэтому уравнения (П5.1) в общем случае не являются независимыми, а представляют собой систему уравнений.

Уравнения (П5.1) описывают частный случай теоремы об изменении импульса механической системы: **скорость изменения проекции импульса механической системы на какую-либо координатную ось равна сумме проекций на данную ось всех действующих на систему внешних сил.**

Из уравнений (П5.1) также следует, что для изменения проекции импульса механической системы на какую-либо координатную ось необходимо суммарное действие внешних сил в направлении данной оси. Действием внутренних сил такого изменения добиться нельзя.

Спроектировав на оси координат Ox , Oy , Oz уравнение (2.25) теоремы о движении центра масс механической системы, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_C &= \sum_{i=1}^N F_{ix}^{\text{внешн}}; \\ m\ddot{y}_C &= \sum_{i=1}^N F_{iy}^{\text{внешн}}; \\ m\ddot{z}_C &= \sum_{i=1}^N F_{iz}^{\text{внешн}}. \end{aligned} \quad (\text{П5.2})$$

Уравнения (П5.2) являются дифференциальными уравнениями движения центра масс механической системы. По форме они совпадают с дифференциальными уравнениями движения материальной точки, масса которой равна массе данной механической системы и к которой приложены все действующие на данную систему внешние силы.

Общее решение системы дифференциальных уравнений (П5.1) содержит шесть произвольных постоянных, для определения которых необходимо использовать начальные условия:

$$t = 0: \quad x_C = x_0; y_C = y_0; z_C = z_0; \quad (\text{П5.3})$$

$$\dot{x}_C = V_{0x}; \dot{y}_C = V_{0y}; \dot{z}_C = V_{0z}.$$

Начальные условия представляют собой значения координат и проекций скорости центра масс в начальный момент времени.

Математически задача о движении центра масс механической системы полностью аналогична задаче динамики материальной точки.