

1.5. Кинематика поступательного движения твердого тела

В отличие от кинематики точки, кинематика твердого тела должна описывать возможные изменения ориентации тела относительно выбранной системы отсчета. В принципе положение твердого тела в пространстве можно задать, задав положение любых трех его точек, не лежащих на одной прямой. Но для этого требуется три векторных уравнения, которые эквивалентны девяти скалярным уравнениям в координатной форме. В то же время, даже в самом сложном движении твердое тело имеет не более шести степеней свободы, т.е. для задания положения твердого тела требуется не более шести независимых координат.

Для устранения указанного противоречия был предпринят кинематический анализ, который показал, что **любое, сколь угодно сложное движение абсолютно твердого тела можно представить как совокупность двух простейших движений: поступательного и вращательного.**

В поступательном движении вместе с какой-либо точкой тела, принятой за полюс, твердое тело имеет три степени свободы. Элементарное вращение тела вокруг полюса можно разложить на три элементарных поворота вокруг координатных осей, проведенных через полюс, т.е. добавляются еще три степени свободы. В сумме поступательные и вращательные степени свободы дают те самые шесть степеней свободы, которыми обладает свободное твердое тело.

Поступательным называют такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе.

На рисунке 1.10 в качестве примера изображен механизм называемый спарником. При вращении кривошипов O_1A , O_2B деталь AB данного механизма движется поступательно. Действительно, любой отрезок прямой, проведенный в данной детали, перемещается параллельно самому себе.

На рисунке 1.10 показаны два произвольных положения спарника. При этом отрезки AB и $A'B'$ параллельны между собой. Траекториями любой точки спарника являются окружности радиуса $R = O_1A = O_2B$.

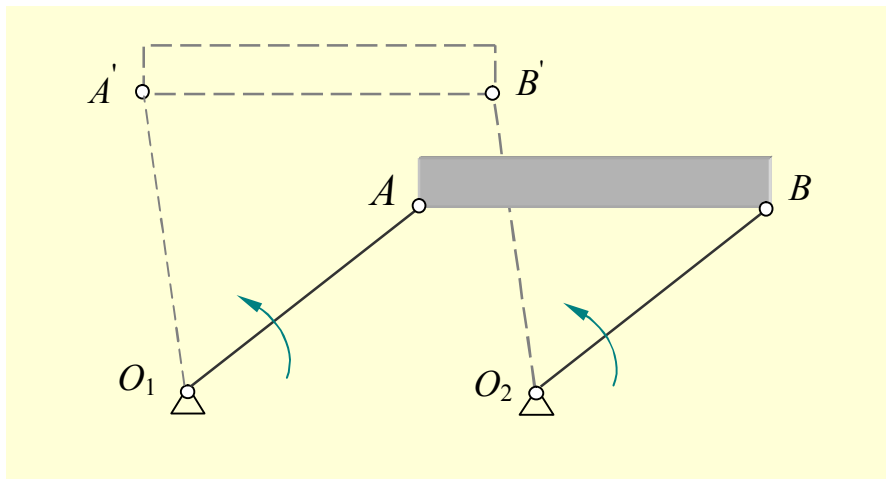


Рис. 1.10. Спарник

Рассмотрим произвольное тело, совершающее поступательное движение (рис. 1.11). Выберем в теле две произвольные точки A и B . Проведем через точки A и B вектор \vec{AB} . При движении тела направление вектора \vec{AB} не изменится, т.к. движение поступательное, а модуль этого вектора не изменится, т.к. тело – абсолютно твердое. Следовательно, \vec{AB} – постоянный вектор: $\vec{AB} = const$.

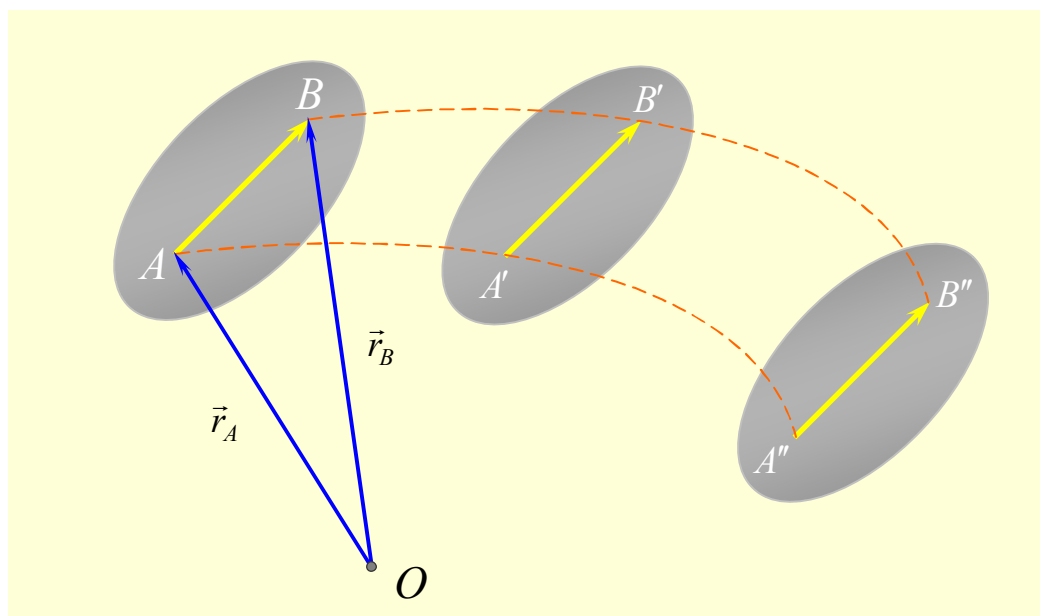


Рис. 1.11. Поступательное движение твёрдого тела

Траектория точки B получается из траектории точки A параллельным переносом на постоянный вектор \vec{AB} . Следовательно, обе траектории одинаковы. Поскольку были выбраны произвольные точки произвольного тела, вывод об одинаковости траекторий точек можно распространить на любое поступательное движение любого тела.

Радиус-вектор \vec{r}_B точки B связан с радиус-вектором \vec{r}_A точки A соотношением (см. рис. 1.11):

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + A\vec{B}. \quad (1.23)$$

Продифференцируем (1.23) по времени и учтем, что производная постоянного вектора $A\vec{B}$ по времени равна нулю. Получим:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt}. \quad (1.24)$$

Поскольку производная радиус-вектора точки по времени равна скорости точки, равенство (1.24) означает равенство скоростей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A. \quad (1.25)$$

Продифференцируем (1.25) по времени. Учитывая, что производная скорости точки по времени равна ускорению, получим:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A. \quad (1.26)$$

Т.е. и ускорения точек A и B в любой момент времени равны между собой. Поскольку точки A и B были выбраны произвольно, подобный результат будет справедлив для любой пары точек поступательно движущегося тела.

Основная теорема кинематики поступательного движения

При поступательном движении все точки абсолютно твердого тела имеют одинаковые траектории, скорости и ускорения.

Следствие. При кинематическом исследовании поступательного движения абсолютно твердого тела достаточно изучить движение одной его точки.

Согласно полученному результату кинематика поступательного движения твердого тела, по сути, сводится к кинематике точки. Действительно, изучение движения одной произвольной точки тела (**полюса**) дает информацию о движении всех остальных его точек, поскольку в поступательном движении они имеют такие же траектории, скорости и ускорения, как и полюс.