

1.4. Тангенциальное и нормальное ускорения точки

Скорость точки всегда направлена по касательной к траектории в сторону движения, а ускорение может составлять со скоростью различные углы от 0° до 180° в зависимости от особенностей движения точки по данной траектории. Поэтому предварительный анализ, как правило, не даёт возможности определить направление ускорения даже в том случае, когда траектория точки заранее известна.

Тот факт, что направление ускорения не может быть определено по виду траектории затрудняет решение ряда задач. Поэтому ускорение часто раскладывают на тангенциальную и нормальную составляющие, т.е. представляют ускорение в виде векторной суммы (рис. 1.9):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (1.20)$$

Здесь \vec{a}_τ – **тангенциальное ускорение**, \vec{a}_n – **нормальное ускорение**.

Ускорение \vec{a} , которое является векторной суммой тангенциального и нормального ускорений, называют также **полным ускорением** точки.

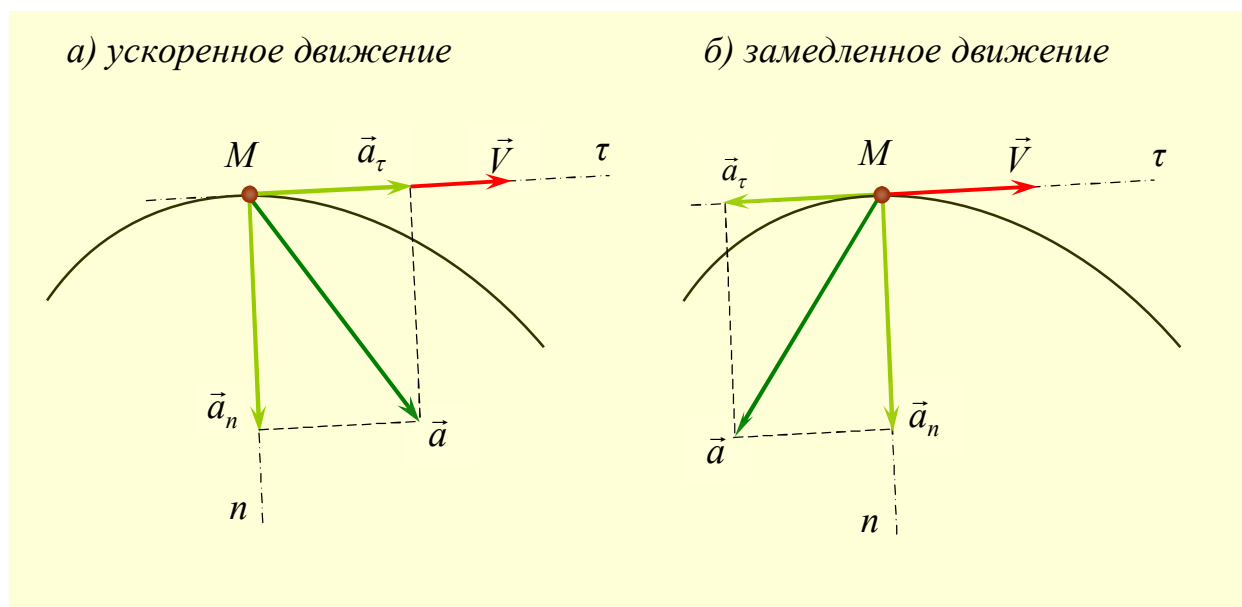


Рис. 1.9. Направления векторов скорости и ускорений

Тангенциальное ускорение направлено по касательной τ к траектории (см. рис. 1.9). Модуль тангенциального ускорения определяют по формуле:

$$a_\tau = \left| \frac{dV}{dt} \right| = |\dot{V}|, \quad (1.21)$$

где $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ – модуль скорости.

Входящая в (1.21) производная модуля скорости по времени определяет проекцию тангенциального ускорения на направление скорости.

Если $\dot{V} > 0$, то направление тангенциального ускорения совпадает с направлением скорости (см. рис. 1.9 *а*). В этом случае модуль скорости возрастает, т.е. движение точки – **ускоренное**.

Если $\dot{V} < 0$, то тангенциальное ускорение направлено противоположно скорости (см. рис. 1.9 *б*). В этом случае модуль скорости убывает, т.е. движение точки – **замедленное**.

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения модуля скорости точки.

Нормальное ускорение всегда направлено по **главной нормали** к траектории в сторону вогнутости (см. рис. 1.9). Главной называют ту нормаль n , которая лежит в соприкасающейся плоскости.

Модуль нормального ускорения определяют по формуле:

$$a_n = \frac{V^2}{R}, \quad (1.22)$$

где R – радиус кривизны траектории в той ее точке, где в данный момент времени находится движущаяся точка M .

Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения направления скорости.

Если движение точки – прямолинейное, то $R = \infty$. В этом случае, согласно (1.22), $a_n \equiv 0$. При прямолинейном движении скорость направлена вдоль одной и той же прямой линии – траектории движения. Поэтому нормальное ускорение точки равно нулю, а полное ускорение совпадает с тангенциальным ускорением: $\vec{a} = \vec{a}_\tau$.

Если точка движется по кривой с постоянной по модулю скоростью $V = const$, то, согласно (1.21), $a_\tau \equiv 0$. В этом случае изменяется только направление скорости, поэтому тангенциальное ускорение равно нулю, а полное ускорение совпадает с нормальным ускорением: $\vec{a} = \vec{a}_n$.

Векторы \vec{a} , \vec{a}_τ , \vec{a}_n образуют прямоугольный треугольник (см. рис. 1.9). Согласно теореме Пифагора модуль полного ускорения равен корню квадратному из суммы квадратов тангенциального и нормального ускорений:

$$a_n = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Вывод формул для тангенциального и нормального ускорений приведен в приложении 1.