

## 1.2. Скорость точки

Изучая движение точки, необходимо в каждый момент времени знать, в каком направлении точка перемещается из данного положения в соседнее и насколько быстро происходит это перемещение.

**Скорость точки** – векторная величина, характеризующая быстроту и указывающая направление движения точки в каждый момент времени.

Для вывода этой физической величины рассмотрим изменение положения точки за некоторый малый промежуток времени  $\Delta t$  (рис. 1.4).

Пусть в произвольный момент времени  $t$  точка занимает положение  $M(t)$ , которое определяется радиус-вектором  $\vec{r}(t)$ . За промежуток времени  $\Delta t$  точка перемещается в соседнее положение  $M(t + \Delta t)$ , определяемое радиус-вектором  $\vec{r}(t + \Delta t)$ .

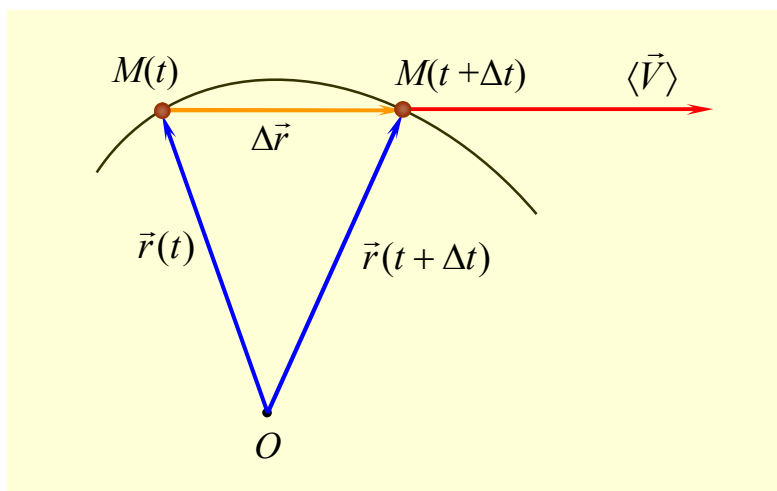


Рис. 1.4. Скорость точки

Вектор  $\Delta \vec{r}$ , проведенный из положения точки в момент времени  $t$  в то положение, которое точка занимает в момент времени  $t + \Delta t$ , называют **перемещением точки** за промежуток времени  $\Delta t$ . Перемещение точки  $M$  за рассматриваемый промежуток времени равно разности соответствующих радиус-векторов:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ .

**Средней скоростью**  $\langle \vec{V} \rangle$  точки называют вектор, равный отношению её перемещения  $\Delta \vec{r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который произошло это перемещение:

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.4)$$

Направление средней скорости совпадает с направлением перемещения, т.к. вектор  $\langle \vec{V} \rangle$  получается путем деления вектора  $\Delta \vec{r}$  на скаляр  $\Delta t$  (см. рис. 1.4).

Величина и направление средней скорости зависят от выбора промежутка времени  $\Delta t$  (рис.1.5).

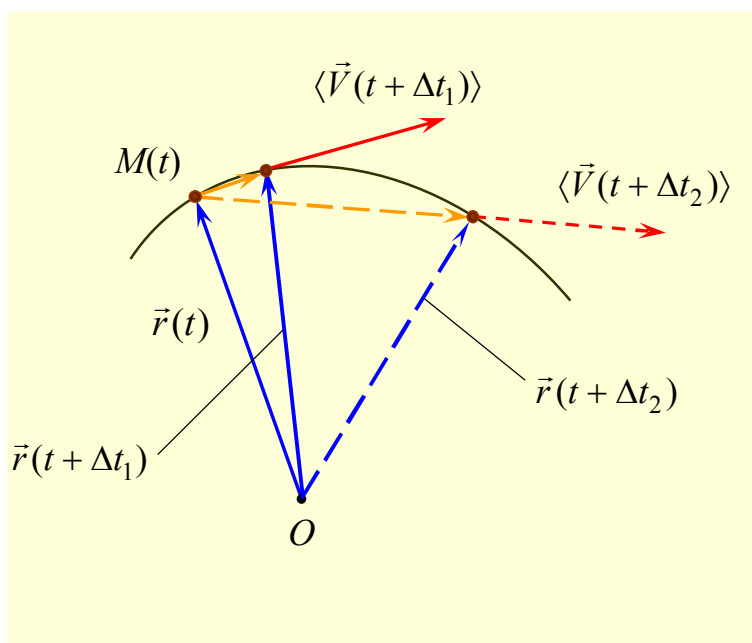


Рис. 1.5. Зависимость средней скорости от промежутка времени  $\Delta t$

Для того чтобы получить объективную характеристику быстроты и направления движения точки в данный момент времени, необходимо в (1.4) перейти к пределу при  $\Delta t$ , стремящимся к нулю.

Скорость  $\vec{V}$  точки в момент времени  $t$  равна пределу средней за промежуток времени  $\Delta t$  скорости этой точки при  $\Delta t$ , стремящемся к нулю:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.5)$$

С точки зрения математики правая часть соотношения (1.5) равна производной функции  $r(t)$  по ее аргументу  $t$ .

**Скорость точки равна производной её радиус-вектора по времени:**

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.6)$$

В физике производную функции по времени принято обозначать точкой над символом функции. Поэтому соотношение (1.6) можно также записать в форме

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}}. \quad (1.7)$$

В пределе при  $\Delta t \rightarrow 0$  вектор средней скорости стремится совпасть с касательной к траектории в точке  $M(t)$ . Поэтому **вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки** (рис. 1.6).

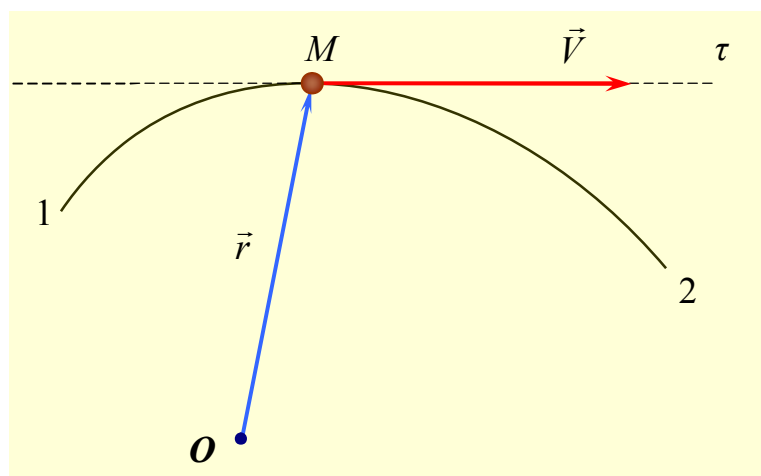


Рис. 1.6. Направление скорости

Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям координат:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}, \quad (1.8)$$

где  $V_x, V_y, V_z$  – проекции скорости на соответствующие оси координат.

Продифференцировав (1.2) по времени и сравнив полученное выражение с (1.8), приходим к выводу: **проекции скорости на оси координат равны производным соответствующих координат по времени:**

$$V_x = \dot{x}, \quad V_y = \dot{y}, \quad V_z = \dot{z}. \quad (1.9)$$

Модуль скорости равен корню квадратному из суммы квадратов ее проекций:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} . \quad (1.10)$$

Направление скорости аналитически можно задать с помощью углов, которые вектор  $\vec{V}$  составляет в данный момент времени с направлениями осей координат. Для определения указанных углов используют так называемые **направляющие косинусы**:

$$\cos \varphi_x = \frac{V_x}{V} ; \quad \cos \varphi_y = \frac{V_y}{V} ; \quad \cos \varphi_z = \frac{V_z}{V} ,$$

где  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  – углы, которые вектор  $\vec{V}$  составляет с направлениями осей  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ , соответственно.

Единица скорости в СИ:  $[V] = 1 \text{ м/с}$ .