

2.7. Момент силы

Механическое действие одних тел на другие может быть направлено на то, чтобы вызвать вращательное перемещение того тела, на которое оказывается воздействие. Возникает вопрос, как описать вращательное действие одних тел на другие. Поскольку мерой механического взаимодействия тел является сила, то этот вопрос следует переформулировать так: как описать вращательное действие силы на некоторое тело. Т.е. возникает необходимость ввести в рассмотрение меру вращательного действия силы.

Такой мерой является **момент силы**. Исторически понятие момента силы возникло при изучении условий равновесия рычага, а длина рычага стала прообразом понятия **плечо силы**.

Вращательное действие силы

Если закрепить какую-либо точку O тела, то любая сила \vec{F} , линия действия которой не проходит через точку O , будет стремиться повернуть тело вокруг некоторой оси OP , проходящей через закрепленную точку (рис. 2.10). В этом случае говорят, что сила \vec{F} оказывает на тело **вращательное действие** относительно точки (центра) O . А ось OP называют **осью вращательного действия** силы. Ось OP перпендикулярна плоскости треугольника, образованного силой \vec{F} и точкой O (см. рис.2.10).

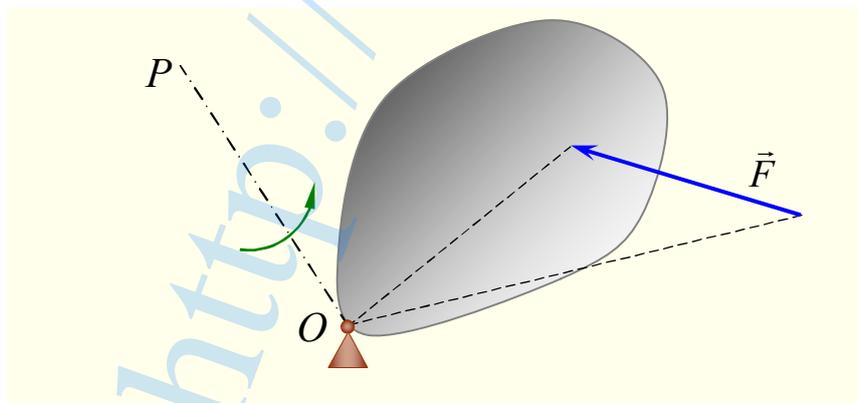


Рис. 2.10. Вращательное действие силы

Момент силы относительно точки

Момент силы относительно точки (центра) является характеристикой вращательного действия силы относительно данной точки (центра). Интенсивность такого действия зависит от двух факторов: от модуля силы и от плеча силы.

Плечом силы называют кратчайшее расстояние от данной точки (центра) до линии действия силы. **Плечо силы равно длине перпендикуляра, опущенного из точки, относительно которой вычисляется момент, на линию действия силы** (рис. 2.11).

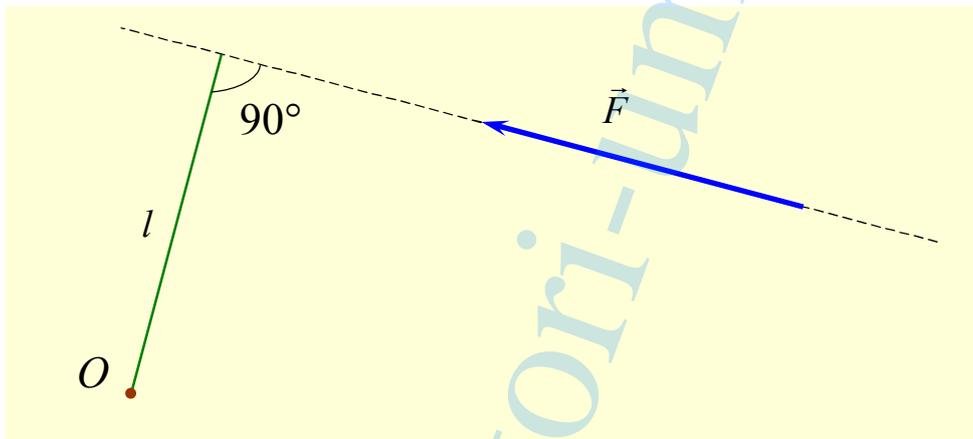


Рис. 2.11. Определение модуля момента силы относительно точки

Модуль момента силы относительно точки характеризует интенсивность вращательного действия и равен произведению модуля F силы на её плечо l :

$$M = Fl. \quad (2.28)$$

Если линия действия силы пересекает точку, то момент данной силы относительно данной точки равен нулю, поскольку равно нулю плечо силы.

Единица момента силы в СИ (специального названия не имеет): $[M] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Если все действующие на тело силы и точка, относительно которой вычисляется момент, лежат в одной плоскости, то ось вращательного действия у всех сил одна и та же. В этом случае момент силы рассматривают как алгебраическую величину, приписывая ему знак плюс или минус в зависимости от направления вращательного действия: по часовой стрелке или против часовой стрелки. Правило знаков при этом зависит от характера решаемой задачи.

В статике выбор положительного направления вращательного действия, вообще говоря, произволен, т.к. сумма моментов сил в статике приравняется нулю. Обычно положительным в статике считается вращательное действие против часовой стрелки.

В динамике положительным считается то действие, которое ускоряет вращения тела, а отрицательным – то, которое замедляет вращение.

Если силы, создающие вращательное действие вокруг какой-либо точки, расположены как угодно в пространстве, то каждая из них, вообще говоря, имеет свою ось вращательного действия. Информацию о расположении этой оси должен содержать момент силы. Для того чтобы задать ось вращательного действия и направление вращательного действия вокруг этой оси, момент силы относительно точки рассматривают как вектор.

Вектор-момент \vec{M} силы направляют вдоль оси вращательного действия так, чтобы в направлении этого вектора вращательное действие силы происходило по часовой стрелке (рис. 2.12). Можно сказать, что вектор-момент \vec{M} направлен вдоль оси вращательного действия по правилу правого винта (буравчика).

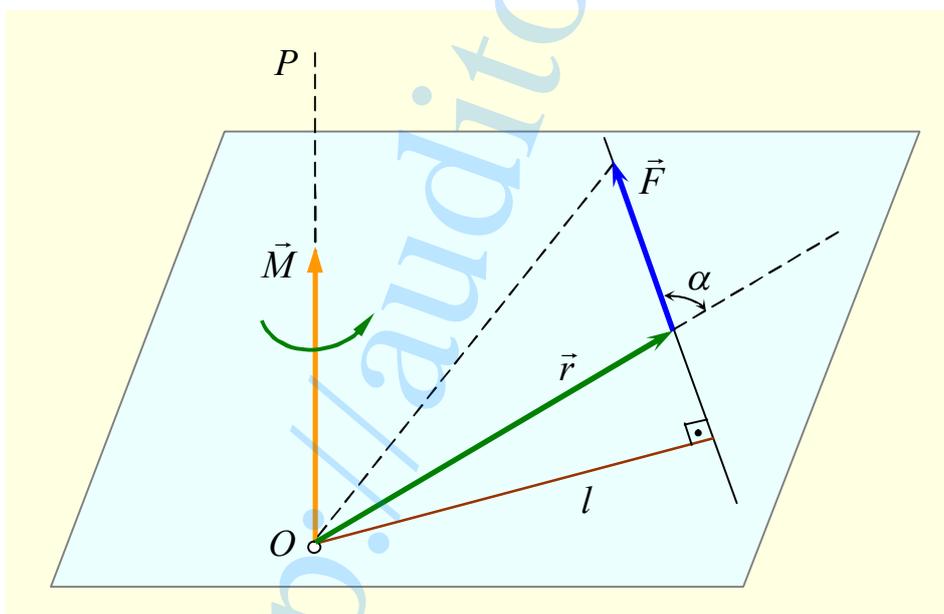


Рис. 2.12. Вектор-момент силы

Ось вращательного действия перпендикулярна плоскости, проведенной через силу и точку, относительно которой вычисляется момент. Поэтому вектор-момент \vec{M} всегда перпендикулярен плоскости треугольника, образованного силой и данной точкой (см. рис. 2.12). Модуль M вектора-момента \vec{M} определяется соотношением (2.28).

Можно показать, что вектор-момент силы равен векторному произведению:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (2.29)$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки приложения силы, проведенный из центра, относительно которого вычисляется момент.

Векторное произведение двух векторов – это новый вектор, направленный перпендикулярно плоскости, проведенной через перемножаемые вектора, в ту сторону, откуда поворот от первого вектора ко второму виден против часовой стрелки. Нетрудно убедиться в том, что векторное произведение $\vec{r} \times \vec{F}$ имеет то же направление, что и момент \vec{M} .

Вычислим модуль векторного произведения: $|\vec{r} \times \vec{F}| = F r \sin \alpha$, где α – угол между перемножаемыми векторами. Вектор \vec{r} , плечо силы l и отрезок линии действия силы образуют прямоугольный треугольник (см. рис. 2.12). Из этого треугольника получим: $r \sin \alpha = l$. Следовательно, модуль векторного произведения: $|\vec{r} \times \vec{F}| = F l = M$.

Видим, что вектор \vec{M} и вектор $\vec{r} \times \vec{F}$ имеют одинаковое направление и равные модули, следовательно, оба вектора равны.

Момент силы относительно оси

Момент силы относительно оси – мера вращательного действия силы относительно данной оси (относительно оси координат, оси вращения тела). Необходимость введения этой меры вращательного действия возникает при решении практических задач.

Момент силы относительно оси равен проекции на эту ось вектора-момента данной силы относительно любой точки, взятой на оси (рис. 2.13). По определению, момент силы относительно оси – алгебраическая величина.

Если необходимо найти моменты сил относительно трех координатных осей, то можно определить вектор-момент \vec{M}_O силы относительно начала координат, а затем найти проекции вектора \vec{M}_O на оси координат (рис. 2.13 а). Тогда проекция M_x вектора \vec{M}_O на ось x будет равна моменту силы \vec{F} относительно оси x и т.д.:

$$M_x = M_x(\vec{F}), \quad M_y = M_y(\vec{F}), \quad M_z = M_z(\vec{F}).$$

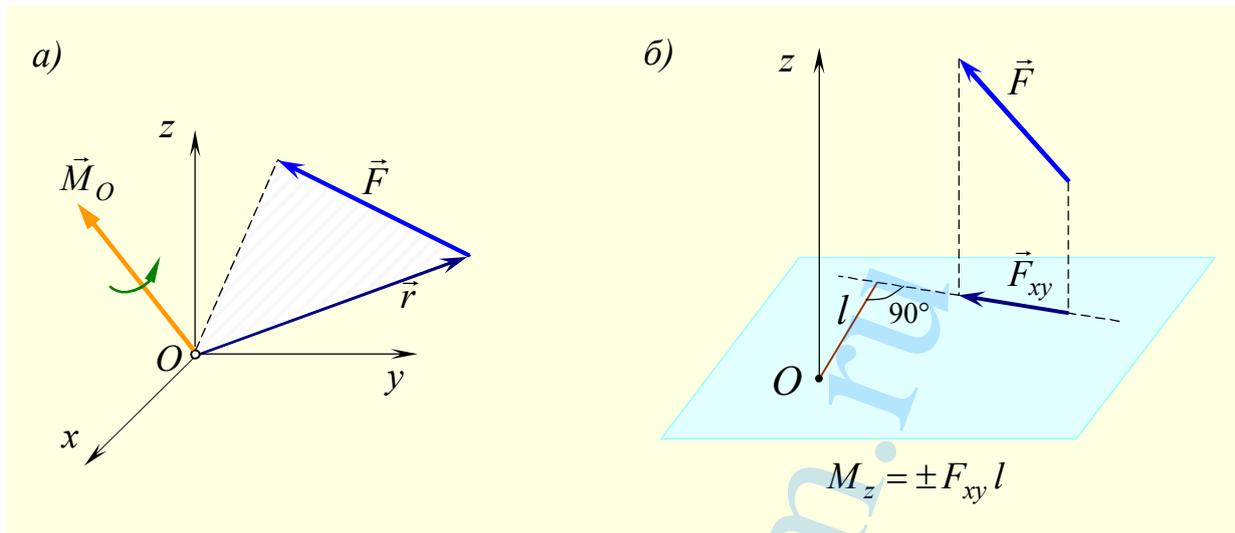


Рис. 2.13. Момент силы относительно оси

На практике, однако, удобнее вычислять момент силы относительно оси следующим образом (см. рис. 2.13 б):

- выбрать любую плоскость, перпендикулярную оси;
- найти проекцию силы на данную плоскость;
- вычислить момент найденной проекции силы относительно точки пересечения плоскости и оси.

Если сила и ось лежат в одной плоскости, то момент данной силы относительно данной оси равен нулю, поскольку в этом случае линия действия силы либо параллельна оси, либо пересекает ось. В обоих случаях сила не может вращать тело относительно данной оси (вращательное действие отсутствует). Соответственно, равна нулю характеристика вращательного действия – момент силы относительно оси.

В любой механической системе согласно третьему закону Ньютона внутренние силы действуют попарно (сила действия – сила противодействия). Моменту любой внутренней силы соответствует равный по модулю и противоположный по направлению (по знаку) момент силы противодействия. Отсюда следует **второе свойство внутренних сил: сумма моментов внутренних сил механической системы относительно любой точки или любой оси равна нулю.**