2.4. Механическая система

Материальная точка – простейший объект изучения в динамике. Для изучения более сложных объектов необходимо ввести в рассмотрение обобщённую модель сложной системы тел, совершающих механическое движение. Такой моделью является **механическая система**.

Механической системой называют совокупность тел, выделенную для рассмотрения их совместного механического движения и взаимодействия.

Не нарушая общности, можно считать, что всякая механическая система состоит из взаимодействующих материальных точек, т.е. является **системой материальных точек** (рис.2.8).

При изучении механических систем, прежде всего, возникают два вопроса: как описать взаимодействие между телами, входящими и не входящими в состав данной системы, и какие дополнительные характеристики нужны, чтобы описать свойство инертности механической системы.

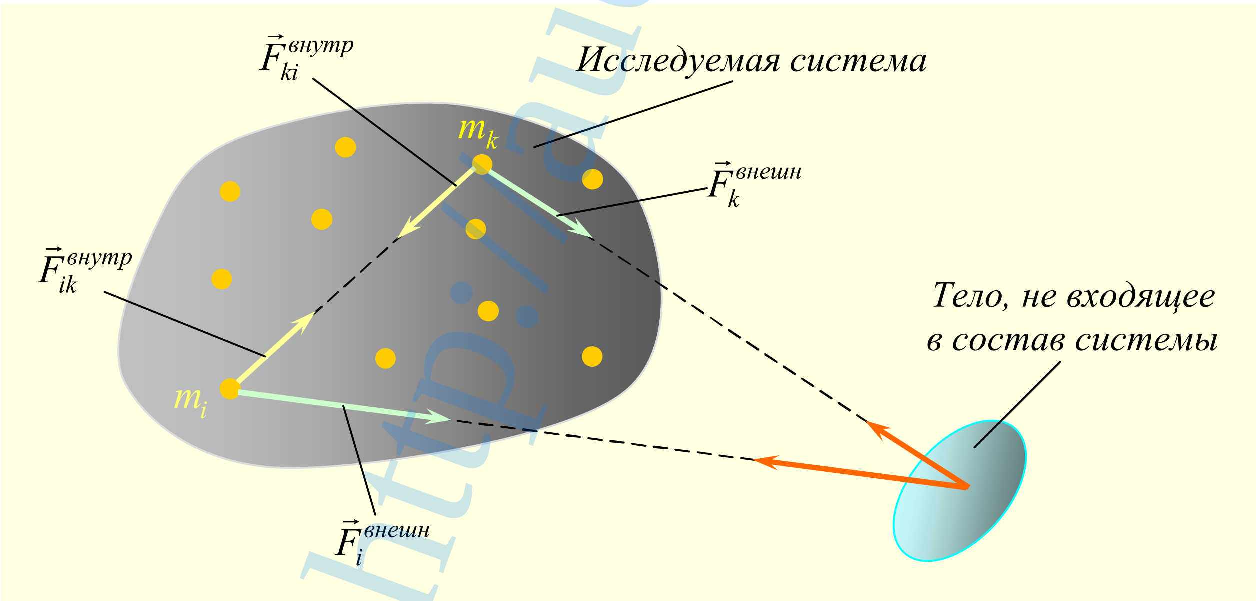

Рис. 2.8. Механическая система

Механическое взаимодействие тел системы

Тела, из которых состоит механическая система, взаимодействуют между собой. Но они также могут взаимодействовать с другими телами, которые в состав данной механической системы не входят. Эти два вида взаимодействия необходимо отделить один от другого. Соответственно, при изучении механической системы рассматривают два вида сил: **внутренние силы** и **внешние силы**.

Внутренними силами называют силы взаимодействия между телами, входящими в состав системы.

Внешними силами называют силы взаимодействия тел механической системы с телами, не входящими в состав данной системы.

Рассмотрим некоторую механическую систему как систему материальных точек. Выделим две произвольные материальные точки данной системы с номерами i и k (см. рис. 2.8). Точка с номером k действует на i-ю точку внутренней силой $\vec{F}_{ik}^{внутр}$, а точка с номером i действует на k-ю точку внутренней силой $\vec{F}_{ki}^{внутр}$. Согласно третьему закону Ньютона обе внутренние силы равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны, т.е. их сумма равна нулю. Это вывод справедлив для любой пары взаимодействующих материальных точек произвольной механической системы.

Внутренние силы всегда учитываются в данной механической системе попарно: сила действия и сила противодействия. Отсюда следует **первое свойство внутренних сил**: **сумма внутренних сил любой механической системы равна нулю**. Это свойство является следствием третьего закона Ньютона.

Внешние силы, как и внутренние, описывают взаимодействие между телами, т.е. они также возникают попарно. Но внешние тела в состав системы не входят, и приложенные к ним силы противодействия со стороны тел данной системы в рассматриваемой задаче не учитываются. Учитываются только силы внешнего действия на тела данной механической системы (см. рис. 2.8). Поэтому, в общем случае, сумма действующих на систему внешних сил не равна нулю.

Рассмотрим теперь отдельную материальную точку механической системы, например с номером i. Данная материальная точка, в общем случае, взаимодействует со всеми остальными материальными точками механической системы. Если в системе имеется n материальных точек, то на материальную точку с номером i действуют внутренние силы, количество которых, в общем случае, равно $n-1$. Но все их можно сложить и заменить одной равнодействующей силой $\vec{F}_{i}^{внутр}$.

Действующие на выделенную материальную точку внешние силы также можно сложить и заменить равнодействующей $\vec{F}_i^{внешн}$. Таким образом, не нарушая общности, можно считать, что каждая i-я материальная точка произвольной механической системы находится под действием одной внутренней силы $\vec{F}_i^{внутр}$ и одной внешней силы $\vec{F}_i^{внешн}$. Результат сложения всех внутренних сил системы останется при этом неизменным. Исходя из этого, **первое свойство внутренних сил** сформулируем в виде следующего равенства:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{внутр} = 0. \qquad (2.12)$$

В некоторых случаях внешнее взаимодействие настолько мало, что им можно пренебречь. Систему, которая не взаимодействует с другими телами, называют **замкнутой**. Поскольку точки замкнутой системы не взаимодействуют с внешними телами, то внешние силы отсутствуют (равны нулю). Следовательно, для любой замкнутой системы выполняется условие:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i^{внешн} = 0. \qquad (2.13)$$

Условие (2.13) является необходимым, но не достаточным условием замкнутости системы. Оно может выполняться и для незамкнутой системы, если данная система взаимодействует с внешними телами так, что сумма внешних сил равна нулю. Это может быть, например, при равновесии, когда внешние силы компенсируют друг друга.

Описание инертности системы

Инертность системы, прежде всего, характеризует её масса. Массой m системы называют величину, равную сумме масс m_i всех её материальных точек (составных частей системы):

$$m = \sum_{i=1}^{n} m_i . \qquad (2.14)$$

Масса (2.14) не может служить исчерпывающей мерой инертности системы. Поэтому вводят дополнительные понятия и характеристики, описывающие свойство системы сохранять свое состояние движения или покоя.

Опыт показывает, что в любой момент времени с каждой механической системой связана особая геометрическая точка. Обозначим её буквой C. Чтобы понять особенность этой точки представим себе некоторую механическую систему, которая совершает поступательное движение как твёрдое тело. Если на такую систему подействовать произвольной силой, то, в общем случае возникнет вращательная составляющая движения, т.е. движение перестанет быть поступательным. Но если линия действия внешней силы будет проходить через точку C, то вращение не возникнет и движение останется поступательным. Такую особую точку называют **центром масс** или **центром инерции** механической системы.

Существуют и другие основания для того, чтобы использовать понятие центра масс при изучении механических систем. В частности, в однородном поле тяжести центр масс совпадает с центром тяжести данной механической системы. Наиболее важные особенности центра масс будут рассмотрены в дальнейшем. Пока же дадим формальное определение этого понятия и ответим на вопрос, как определить положение центра масс механической системы (тела) в данный момент времени.

Центром масс C механической системы называют геометрическую точку, радиус-вектор $\vec{r}_C$ которой определяется соотношением:

$$m\,\vec{r}_C = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\vec{r}_i\,, \tag{2.15}$$

где $\vec{r}_i$ – радиус-векторы точек системы (рис. 2.9). Вывод формулы (2.15 приведён в приложении 3.)

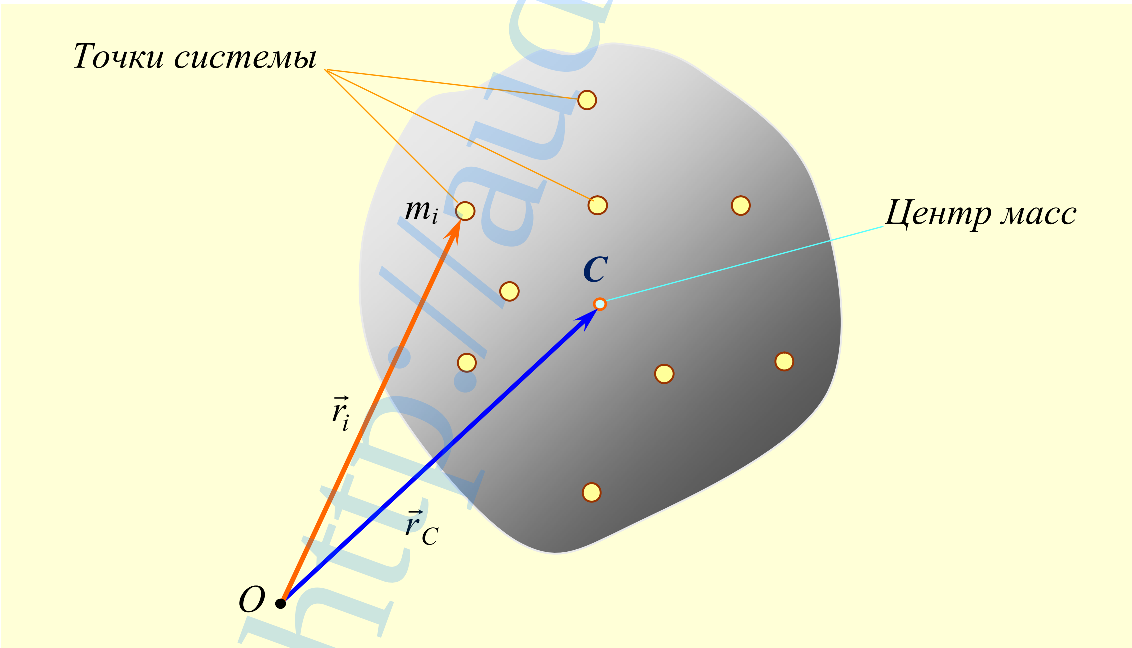

Рис. 2.9. Центр масс механической системы

При изучении вращательной составляющей движения механической системы необходимо знать распределение масс по объему, занимаемому данной системой. Для характеристики такого распределения вводят систему координат и используют физические величины, которые называют **осевыми моментами инерции**. Понятие момента инерции относительно оси будет рассмотрено в параграфе: 2.10. Основное уравнение динамики вращательного движения.

Массы механической системы могут быть распределены относительно выбранной системы координат не симметрично. Для характеристики асимметрии распределения масс механической системы относительно выбранной системы координат используют физические величины, называемые **центробежными моментами инерции**. Эти величины подробно рассматриваются в курсе теоретической механики.

Для решения задач динамики механической системы можно применить прямой метод (см. Приложение 4), основанный на разделении системы на отдельные материальные точки. Каждая материальная точка системы в этом методе рассматривается отдельно под действием соответствующих внешних и внутренних сил. Такой метод иногда применяют для решения простых задач, а также для определения неизвестных внутренних сил. Но в большинстве случаев он оказывается неэффективным или чрезмерно сложным.

Неэффективность прямого метода связана с тем, что далеко не всегда необходимо изучать динамику всех точек системы. Например, при изучении вращательного движения твёрдого тела достаточно знать, как изменяется с течением времени его угол поворота относительно оси вращения (тело в данном случае имеет одну степень свободы). А при использовании прямого метода пришлось бы разделять тело на конечное число n составных частей, которые можно приближённо считать материальными точками, и каким-то образом учитывать взаимодействие между отдельными частями тела. Положение каждой материальной точки описывается тремя координатами (три степени свободы). Значит, при прямом методе потребовалось бы рассмотреть движение системы с $3n$ степенями свободы, что является совершенно излишним в данной задаче.

Чрезмерная сложность прямого метода обусловлена двумя причинами. Первая связана с тем, что внутренние силы системы, как правило, неизвестны и не всегда имеются надёжные способы их определения. Вторая причина – математическая. Если для одной материальной точки математическая модель движения представляет собой, в общем случае, систему трёх уравнений (см. приложение 2), то для системы n материальных точек – систему $3n$ уравнений. Причем уравнения этой системы, в зависимости от постановки задачи, могут быть и алгебраическими, и дифференциальными, и даже интегро-дифференциальными. В большинстве случаев такие системы уравнений не имеют аналитического решения.

Из сказанного ясно, что для решения задач динамики систем необходимы другие, более эффективные методы. Идеи этих методов связаны с поиском общих (интегральных) мер движения и взаимодействия, которые описывают не отдельные материальные точки, а всю систему в целом. Необходимо найти уравнения, которым удовлетворяют интегральные меры движения и взаимодействия. Если даже такое уравнение окажется векторным, то в проекциях на оси координат получится система трёх уравнений, а не $3n$ уравнений, как при прямом методе.

Ещё одна идея заключается в том, чтобы найти условия, при которых общие меры движения не изменяются. Поиск таких условий привёл к формулировке законов сохранения, которые в рамках механики являются следствиями законов Ньютона и принципа независимости действия сил.

Если оставаться в пределах классической механики, то законам сохранения вполне можно придать статус теорем. Однако при изучении других разделов физики оказалось, что законы сохранения являются фундаментальными физическими законами. Они не выводятся логическим путём из каких-то других положений, взятых за основу, а сами являются основополагающими. Введение общих мер движения, таких как импульс, момент импульса, энергия, и установление законов их сохранения является одним из главных вкладов классической механики в физическую науку.