2.2. Сложение сил. Основной закон динамики материальной точки

Второй закон Ньютона сформулирован для случая, когда на тело (материальную точку) действует одна сила. На практике, однако, чаще всего приходится решать задачи о взаимодействии нескольких тел и, соответственно, о действии на одно тело нескольких сил. Поэтому система законов Ньютона должна быть дополнена принципом, позволяющим учитывать действие всех сил, приложенных к данному телу.

Пусть на тело (материальную точку) массы m могут действовать силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_n$ (n – произвольное целое число). Если силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_n$ будут действовать на данное тело по отдельности, то на основании второго закона Ньютона тело будет приобретать, соответственно, ускорения:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m};\ \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m};\ \ldots;\ \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}. \qquad (2.4)$$

Если же силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_n$ подействуют на материальную точку массы m одновременно как система сил, то материальная точка приобретёт ускорение $\vec{a}$. Соотношение между ускорениями $\vec{a}$ и $\vec{a}_i$ даёт **принцип независимости действия сил**.

Принцип независимости действия сил

Ускорение, которое приобретает материальная точка под действием системы сил, равно сумме ускорений, которые приобрела бы материальная точка при независимом действии каждой из сил данной системы по отдельности.

Математическое выражение данного принципа:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots + \vec{a}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i\ . \qquad (2.5)$$

Принцип независимости действия сил – самостоятельный закон динамики. Он является частным случаем применения в динамике общенаучного **принципа суперпозиции**, отражающего свойства особых объектов, называемых **линейными системами**. Принцип суперпозиции широко применяется в физике, например, при изучении свойств физических полей. В теории управления принцип суперпозиции описывает свойство систем реагировать на управляющее воздействие пропорционально самому воздействию.

Рассмотрим, как принцип независимости действия сил дополняет систему законов Ньютона.

Пусть на материальную точку одновременно действуют силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 2.3), и при этом материальная точка приобретает ускорение $\vec{a}$. Но, согласно второму закону Ньютона, материальная точка приобрела бы ускорение $\vec{a}$ также под действием силы $\vec{F} = m\vec{a}$. Следовательно, сила $\vec{F}$ оказывает на материальную точку такое же механическое действие (равное действие), как и система сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$. В механике подобные силы называют **равнодействующими**.

Равнодействующей системы сил называют силу, оказывающую на тело такое же механическое действие, как и вся данная система сил.

Для рассматриваемого случая совместное применение принципа независимости действия сил и второго закона Ньютона позволяет записать соотношения:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2; \quad \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m}.$$

Отсюда

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \qquad (2.6)$$

В статике правило сложения двух сил, приложенных к одной точке, принято в качестве одной из аксиом. А в динамике правило (2.6) называют **законом сложения сил**, хотя, по сути, оно является следствием принципа независимости действия сил и второго закона Ньютона.

Закон сложения сил

Две силы, приложенные к одной материальной точке, эквивалентны одной силе – равнодействующей, равной векторной сумме исходных сил.

Геометрически равнодействующая двух сил изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах (рис. 2.3 *а*), или замыкающей стороной силового треугольника (рис. 2.3 *б*).

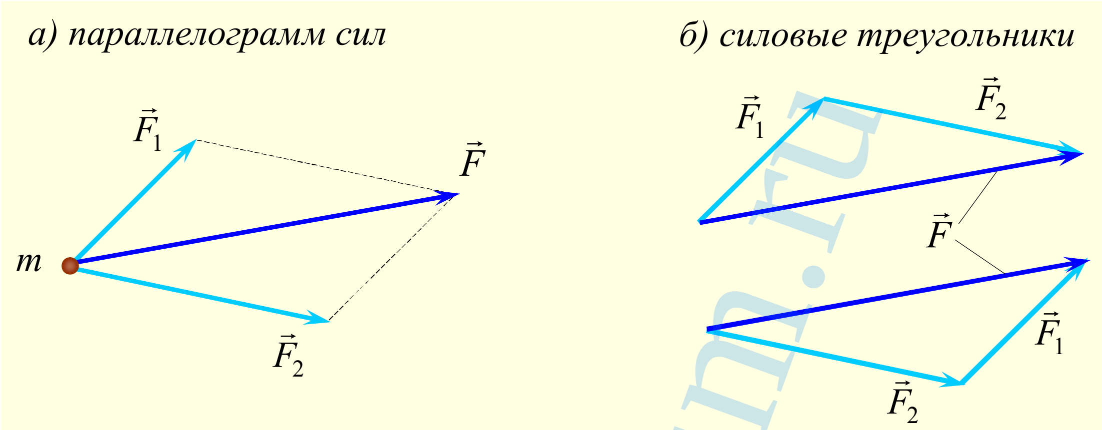

Рис. 2.3. Сложение сил

Пусть теперь на материальную точку действует произвольная система n сил. Последовательно применяя к этой системе закон сложения сил, получим следствие из данного закона.

<u>*Следствие.*</u> **Равнодействующая произвольной системы сил, приложенных к одной материальной точке, равна векторной сумме исходных сил**:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \,. \tag{2.7}$$

С помощью принципа независимости действия сил и второго закона Ньютона формулируют **основной закон динамики материальной точки**.

<u>Основной закон динамики материальной точки</u>

(частная формулировка)

Произведение массы материальной точки на её ускорение равно векторной сумме всех сил, которые действуют на данную материальную точку.

Математическая запись основного закона динамики материальной точки имеет вид:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i . \qquad (2.8)$$

Уравнение (2.8) называют **основным уравнением динамики материальной точки**. Это уравнение можно также записать в виде

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i . \qquad (2.9)$$

Соотношение (2.9) отражает обобщённую формулировку основного закона динамики материальной точки.

Основной закон динамики материальной точки
(обобщённая формулировка)

Скорость изменения импульса материальной точки равна векторной сумме всех сил, которые действуют на данную материальную точку.

Уравнения (2.8) или (2.9) позволяют сформулировать задачу о движении материальной точки на языке математики: построить математическую модель исследуемого движения. Для этого необходимо:

– выделить тело, движение которого исследуется, и убедиться в том, что в данной задаче выделенное тело можно рассматривать как материальную точку;

– выяснить, с какими другими телами взаимодействует выделенное тело, и описать это взаимодействие с помощью сил: приложить к материальной точке все действующие на неё силы;

– составить для данной материальной точки векторное уравнение (2.8) или (2.9) и спроектировать составленное уравнение на оси предварительно выбранной системы координат.

Здесь ключевым является вопрос: как описать взаимодействие выделенного тела с другими телами с помощью сил, какие наиболее распространённые виды взаимодействия встречаются в механике.