2.12. Кинетическая энергия

В качестве универсальной меры различных форм движения и взаимодействия материи используют скалярную величину, называемую **энергией**. Энергия W физической системы является функцией состояния – она характеризует состояние данной системы с точки зрения возможности совершения ею работы.

Изменение энергии может быть измерено величиной работы, совершаемой системой при переходе из одного состояния в другое. Поэтому энергия измеряется в тех же единицах, что и работа. В СИ единицей энергии является *джоуль*: $\left[W\right] = 1$ Дж.

Различным формам движения материи соответствуют различные виды энергии: механическая энергия, тепловая энергия, энергия электромагнитного поля и др. **Механическая энергия** является мерой механического движения и взаимодействия, которая сохраняется при переходе механического движения в другие формы движения материи.

Само состояние движения, в котором находится механическая система, уже содержит в себе возможность совершения ею работы. Так, например, летящая горизонтально пуля, попадая в мишень, деформирует её именно за счёт энергии своего движения.

Кинетическая энергия – часть механической энергии, обусловленная движением механической системы.

Кинетическая энергия материальной точки

Начнём с простейшей механической системы – материальной точки. Пусть материальная точка массы m движется под действием силы $\vec{F}$. Выясним, какая величина изменяется, если сила $\vec{F}$ совершает работу.

Определим элементарную работу δA силы $\vec{F}$ и воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$\delta A = \vec{F} \cdot dr = m\vec{a} \cdot d\vec{r} .$$

Преобразуем это выражение, используя формулы кинематики для скорости и ускорения:

$$\delta A = m\frac{d\vec{V}}{dt}\cdot d\vec{r} = md\vec{V}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = md\vec{V}\cdot\vec{V}\,.$$

В скалярном произведении $d\vec{V}\cdot\vec{V}$ поменяем порядок сомножителей:

$$\delta A = m\vec{V}\cdot d\vec{V}\,.$$

Внесем произведение $m\vec{V}$ под знак дифференциала:

$$\delta A = d\left(\frac{mV^2}{2}\right). \qquad (2.59)$$

Дифференциалом называют главную линейную часть приращения функции. Следовательно, элементарная работа силы равна приращению величины, стоящей в скобках соотношения (2.59). Эту величину и рассматривают как кинетическую энергию материальной точки.

Кинетической энергией материальной точки называют величину, равную половине произведения массы материальной точки на квадрат её скорости:

$$W_k = \frac{mV^2}{2}. \qquad (2.60)$$

Кинетическая энергия механической системы

Энергия – аддитивная величина. Кинетическая энергия механической системы определяется как сумма кинетических энергий всех её материальных точек:

$$W_k = \sum_{i=1}^{n} W_{ki} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i V_i^2\,. \qquad (2.61)$$

Здесь W_{ki} , m_i , V_i – соответственно, кинетическая энергия, масса и модуль скорости i-ой материальной точки механической системы. Соотношение (2.61) справедливо для любой механической системы, в том числе и для абсолютно твёрдого тела.

Кинетическая энергия твёрдого тела при поступательном движении

Пусть абсолютно твёрдое тело совершает поступательное движение. В этом случае все его точки движутся с одинаковыми скоростями, т.е. $V_i = V$. Тогда в (2.61) квадрат скорости как общий множитель можно вынести за скобку:

$$W_k = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)V^2.$$

Стоящая в скобках сумма масс точек тела равна массе m тела. Поэтому снова получаем формулу (2.60), как и для материальной точки.

Кинетическая энергия поступательно движущегося твёрдого тела определяется так же, как кинетическая энергия материальной точки, соотношением (2.60).

Если твёрдое тело движется поступательно, то для определения его кинематических характеристик достаточно изучить движение центра масс тела. В этом случае тело можно рассматривать как материальную точку массы m, в том числе и при вычислении кинетической энергии тела.

Кинетическая энергия твёрдого тела при вращении вокруг неподвижной оси

Рассмотрим вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси с угловой скоростью ω. При вращательном движении $V_i = \omega R_i$. Сделаем в (2.61) замену V_i на ωR_i и вынесем общий множитель ω^2 за скобку:

$$W_k = \sum_{i=1}^{n} W_{ki} = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2\right)\omega^2.$$

Величина в скобках равна моменту инерции I тела относительно оси вращения. Сделав замену

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 ,$$

получим:

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}. \qquad (2.62)$$

Кинетическая энергия твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна половине произведения осевого момента инерции тела на квадрат угловой скорости вращения.

Сравнение формул (2.60) и (2.62) подтверждает сделанный ранее вывод (см. параграф 2.10) о том, что осевой момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

Кинетическая энергия произвольно движущегося твёрдого тела

Произвольное движение твёрдого тела можно представить как совокупность поступательного и вращательного движений. При произвольном движении ось вращения тела изменяет свое положение и ориентацию в пространстве, поэтому её называют **мгновенной осью вращения**.

Для определения кинетической энергии произвольно движущегося твёрдого тела используют **теорема Кёнига**.

Теорема Кёнига

Кинетическая энергия твёрдого тела равна сумме кинетической энергии поступательного движения тела вместе с его центром масс и кинетической энергии вращательного движения вокруг мгновенной оси, проходящей через центр масс.

В соответствии с теоремой Кёнига кинетическая энергия произвольно движущегося тела определяется по формуле:

$$W_k = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}. \qquad (2.63)$$

Здесь V_C – модуль скорости центра масс; I_C – момент инерции тела относительно мгновенной центральной оси вращения; ω – угловая скорость мгновенного вращения тела.

Теорема об изменении кинетической энергии

Пусть при конечном перемещении материальной точки под действием некоторой силы модуль скорости точки изменяется от значения V_1 до значения V_2 . Используя формулу для элементарной работы силы, запишем соотношение (2.59) в виде:

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right)=\vec{F}\cdot d\vec{r}\,.$$

Проинтегрируем это выражение в пределах, определяемых начальным и конечным состояниями материальной точки:

$$\int_{\frac{mV_1^2}{2}}^{\frac{mV_2^2}{2}} d\left(\frac{mV^2}{2}\right)=\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}\,.$$

Интеграл в левой части равен разности верхнего и нижнего пределов интегрирования, а интеграл в правой части – работе A силы $\vec{F}$ на перемещении материальной точки из положения 1 в положение 2:

$$\frac{mV_2^2}{2}-\frac{mV_1^2}{2}=A\,. \tag{2.64}$$

Если на материальную точку действует не одна сила, а несколько сил, то их можно заменить равнодействующей. Но работа равнодействующей системы сил равна сумме работ всех сил данной системы. Поэтому, в общем случае, величина A в правой части соотношения (2.64) равна сумме работ всех сил, действующих на материальную точку.

Уравнение (2.64) выражает **теорему об изменении кинетической энергии материальной точки**, которая является частным случаем теоремы об изменении кинетической энергии механической системы.

Пусть при перемещении механической системы её кинетическая энергия изменяется от значения W_{k1} до значения W_{k2} . Применив к каждой точке системы уравнение (2.64) и сложив почленно полученные уравнения, после преобразований получим (см. Приложение 10):

$$W_{k2}-W_{k1}=A^{внешн}+A^{внутр}\,. \tag{2.65}$$

Здесь $A^{внешн}$ – сумма работ всех действующих на систему внешних сил; $A^{внутр}$ – сумма работ всех действующих на систему внутренних сил.

Уравнение (2.65) выражает **теорему об изменении кинетической энергии механической системы**.

Теорема об изменении кинетической энергии

Изменение кинетической энергии механической системы при некотором её перемещении равно сумме работ всех внешних и внутренних сил, совершаемых на перемещении данной системы.

Теорема об изменении кинетической энергии – единственная из общих теорем динамики учитывает действие внутренних сил. Это означает, что кинетическая энергия механической системы может изменяться как за счёт действия внешних, так и за счёт действия внутренних сил.

Примером практического использования работы внутренних сил для изменения кинетической энергии транспортного средства является тормозная система автомобиля. Уменьшение кинетической энергии и, соответственно, скорости автомобиля осуществляется за счёт работы внутренних сил трения, возникающих при относительном скольжении тормозного барабана или тормозного диска и тормозных колодок.