2.11. Работа силы. Мощность, развиваемая силой

Если сообщить начальную скорость находящемуся на горизонтальной поверхности телу, то вследствие трения через некоторое время оно остановится. При этом механическое движение переходит в тепловое движение (и поверхность, и тело нагреваются). В начальный момент тело обладает импульсом, а при его остановке импульс данного тела как целого становится равным нулю.

Аналогично становится равным нулю момент импульса первоначально вращавшегося тела при его остановке вследствие трения. При этом подшипники и ось нагреваются, т.е. механическая форма движения материи переходит в тепловую.

Данные примеры показывают, что введенные ранее меры механического движения – импульс и момент импульса не пригодны для описания перехода механического движения в другие виды движения материи. Поэтому необходимо ввести еще одну универсальную меру, которая сохраняется при преобразовании форм движения материи. Такой мерой движения и взаимодействия является **энергия**, а мерой изменения энергии является **работа**.

Работа силы служит мерой изменения механической энергии и, одновременно, **мерой механического действия силы при перемещении точки ее приложения**.

Работа постоянной силы при прямолинейной траектории точки её приложения

Пусть на некоторое тело действует постоянная сила $\vec{F} = const$, и при перемещении тела из одного положения в другое траекторией точки приложения данной силы является прямая линия (рис. 2.16 *а*).

Проведем из начального положения 1 в конечное положение 2 точки приложения силы вектор перемещения $\Delta\vec{r}$. Разложим силу $\vec{F}$ на составляющие: тангенциальную $\vec{F}_\tau$ и нормальную $\vec{F}_n$. Ясно, что нормальная составляющая $\vec{F}_n$ не оказывает механического действия, связанного с перемещением $\Delta\vec{r}$, т.к. она перпендикулярна перемещению. Следовательно, это действие определяется тангенциальной составляющей $\vec{F}_\tau$ силы $\vec{F}$.

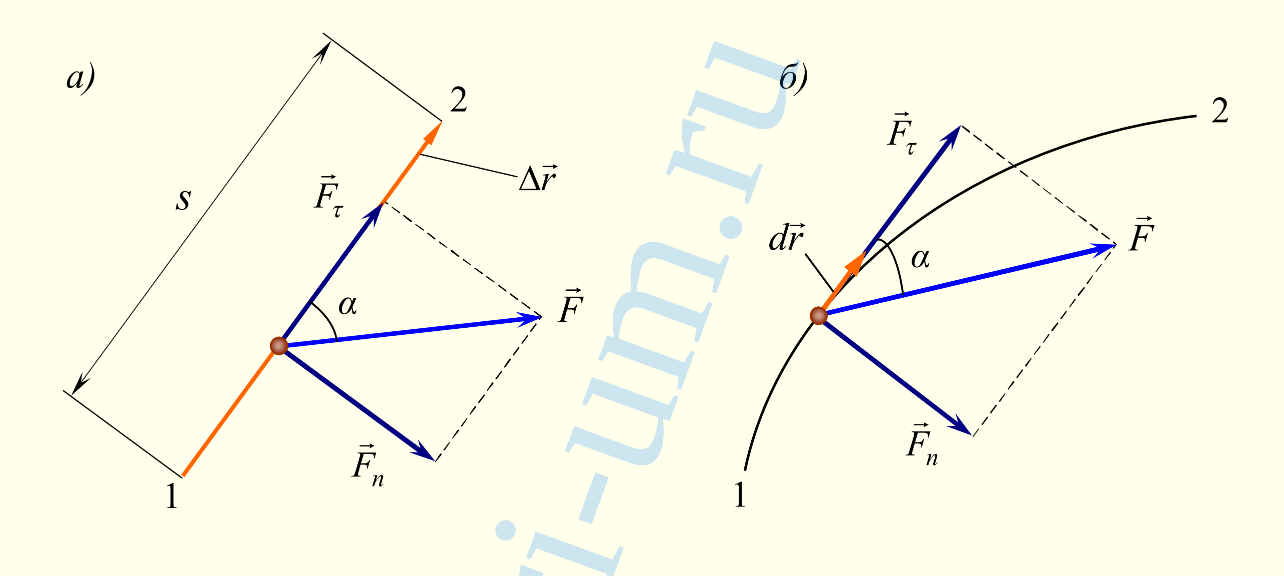

Рис. 2.16. Работа силы

Механическое действие силы $\vec{F}$ на перемещении $\Delta\vec{r}$ будет тем больше, чем больше модуль F_τ ее тангенциальной составляющей и чем больше путь $s = |\Delta\vec{r}|$ точки приложения. Поэтому работу A силы $\vec{F}$ на перемещении $\Delta\vec{r}$ логично определить как произведение F_τ на s:

$$A = F_\tau s\,. \tag{2.51}$$

Если учесть, что $F_\tau = F\cos\alpha$ (см. рис. 2.16 *а*), то соотношение (2.51) можно представить в виде:

$$A = Fs\cos\alpha\,. \tag{2.52}$$

Правая часть соотношения (2.47) равна скалярному произведению вектора $\vec{F}$ на вектор $\Delta\vec{r}$. Следовательно, если точка приложения силы перемещается прямолинейно, то работа постоянной силы равна скалярному произведению силы на вектор перемещения точки её приложения:

$$A = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}\,. \tag{2.53}$$

Элементарная работа силы

Если действующая на тело сила изменяется во время движения тела, то определение работы силы (2.53) теряет свой смысл. Но даже в случае постоянной силы соотношение (2.53) непригодно для практического использования. Действительно, вектор перемещения проводится из начального положения точки в её конечное положение. Этот вектор не содержит информации о том, каким образом точка переходит из начального положения в конечное.

Рассмотрим, например, схему, изображённую на рис. 2.16 *б*. Вектор $\Delta\vec{r}$ перемещения точки приложения силы $\vec{F}$ на этой схеме следует провести из положения 1 в положение 2. Но точка приложения силы может перейти из положения 1 в положение 2 по любой траектории, и таких возможных траекторий существует бесконечное множество. Следует ожидать, что и работа силы $\vec{F}$ на разных траекториях будет различна (позднее мы увидим, что это не всегда так).

Возникает задача, как распространить частное определение работы силы, выражаемое соотношением (2.53), на действие произвольной силы с произвольной траекторией точки приложения.

Выход был найден в применении анализа бесконечно малых величин. Рассмотрим элементарное (бесконечно малое) перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы (см. 2.16 *б*). Элементарная траектория точки приложения силы практически совпадает с элементарным перемещением, и её можно считать отрезком прямой линии. Сила, даже если она переменная, во время элементарного перемещения не успевает измениться, и её можно считать постоянным вектором. Таким образом, при элементарном перемещении можно воспользоваться соотношением (2.53).

Работу, совершаемую силой на элементарном (бесконечно малом) перемещении, называют **элементарной работой**.

Элементарная работа силы равна скалярному произведению вектора силы на вектор элементарного перемещения точки приложения силы:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r} \, . \qquad (2.54)$$

Обозначение δA, а не dA , для элементарной работы выбрано потому, что величина δA, вообще говоря, не является дифференциалом какой-либо функции.

Используя формулы математики для скалярного произведения двух векторов, соотношение (2.54) можно представить также в следующих формах:

$$\delta A = F\,ds\cos\alpha = F_\tau\,ds = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz\,, \tag{2.55}$$

где $ds = |d\vec{r}|$ длина дуги элемента траектории; α – угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{r}$; F_x, F_y, F_z – проекции силы $\vec{F}$ на оси координат; dx , dy , dz – проекции элементарного перемещения $d\vec{r}$ на оси координат.

Работа переменной силы при произвольной траектории точки её приложения

Рассмотрим теперь определение работы произвольной силы $\vec{F}$ при произвольном конечном перемещении точки её приложения (см. рис. 2.16 *б*). Разобьем траекторию 1 – 2 на бесконечно малые участки (элементы траектории). Проведем вдоль каждого участка вектор элементарного (бесконечно малого) перемещения $d\vec{r}$.

Работа силы – величина аддитивная. Если вычислить работу силы на нескольких участках траектории, то полная работа силы будет равна сумме работ, совершаемых силой на отдельных участках. Следовательно, работа силы на конечном перемещении равна сумме элементарных работ, совершаемых силой на каждом элементе траектории. Таких элементов – бесконечное множество. Сумма бесконечного множества бесконечно малых элементарных работ математически выражается определенным интегралом, вычисляемым по траектории точки приложения силы от её начального до её конечного положения.

Работа силы на конечном перемещении равна интегральной сумме элементарных работ:

$$A = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}\,. \tag{2.56}$$

При вычислении интеграла (2.56) можно использовать любое из соотношений (2.55). Примеры определения работы силы приведены в приложении 9.

Если сила и элементарное перемещение составляют острый угол, то $\delta A > 0$, если – тупой, то $\delta A < 0$. Если сила перпендикулярна элементарному перемещению, то $\delta A = 0$. В результате сложения элементарных работ согласно (2.56) могут получиться следующие результаты: $A > 0$, $A < 0$, $A = 0$. Следовательно, работа силы – алгебраическая величина. **Работа силы может быть положительной, отрицательной или равной нулю**.

Единицей работы в СИ является *джоуль*: $[A] = 1$ Дж. Как видно из формул (2.51) – (2.56), 1 Дж = 1 Н·1 м.

Мощность, развиваемая силой

Сила может совершать одну и ту же работу в течение большего или меньшего промежутка времени. Для характеристики быстроты совершения силой работы применяется величина, называемая **мощностью**.

Мощность, развиваемая силой, численно равна работе, которую сила производит в единицу времени:

$$P = \frac{\delta A}{dt}. \qquad (2.57)$$

Используя (2.54), (2.55), получим

$$P = FV\cos\alpha = F_{\tau}V = \vec{F}\cdot\vec{V}, \qquad (2.58)$$

где $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ – скорость, а $V = \frac{ds}{dt}$ модуль скорости точки приложения силы.

Единицей мощности в СИ является *ватт*: $[P] = 1$ Вт. Как видно из (2.57), 1 Вт = 1 Дж / 1 с.